Instituto Universitario de Investigación de Matemáticas y Aplicaciones
Universidad Zaragoza

Jornada presentación

Investigación en el IUMA

18 - marzo - 2021, 12h

Aula C4 Edificio de Geológicas

Grupos de investigación de referencia reconocidos por el Gobierno de Aragón

- Álgebra y Geometría
- Investigación en Educación Matemática
- Análisis Numérico, Optimización y Aplicaciones
- Análisis y Física Matemática
- APEDIF (Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales)

Objetivos del IUMA

- Apoyo a la investigación y transferencia del conocimiento en Matemáticas (compra de licencias software, ayudas a conferenciantes, profesores visitantes, etc.)
- Realización de actividades científicas de investigación
    - Congresos y Jornadas
    - Seminarios
- Apoyo financiero a la realización de actividades de divulgación

Dirigido a estudiantes

- Ayudas para TFG y TFM codirigidos por investigadores del IUMA
- Convocatorias de contratos predoctorales y plazas N4
- Máster de modelización matemática
- Becas de colaboración (grado/máster)
- Colaboración en actividades de divulgación

Actividades

- Proyectos FECYT, «Ars Qubica», «García Galdeano»... Andresa Casamayor
- Seminario Rubio de Francia
- Observaciones astronómicas, Facultad de Ciencias, Agrupación Astronómica Huesca
- Semana de Inmersión, Facultad de Ciencias
- Jornadas de Puertas Abiertas, Facultad de Ciencias
- Physics around the clock, Facultad de Ciencias
- Pabellón de la Ciencia
- Conexión Matemática, concursos micro-relatos... SAPM
- La noche de los Investigadores

Actividades

- Pint of Science
- 11 Febrero
- Taller de Talento Matemático
- Cursos Divulgación de las Matemáticas
- Grupo Risarchers
- Coloquios IUMA-RSME
- IUMA-days
- Museo Matemáticas Monasterio Casbas
- Participación en proyectos OTRI

Instituto Universitario de Investigación
de Matemáticas
y Aplicaciones
Universidad Zaragoza

Grupo de referencia E48_20R
ANÁLISIS Y FÍSICA MATEMÁTICA
Gobierno de Aragón
01/01/2020 - 31/12/2021
IP: Luis Velázquez

Línea específica
FUNCIONES ESPECIALES

Contacto:
Mario Pérez mperez@unizar.es
Luis Velázquez velazque@unizar.es

FUNCIONES
ESPECIALES

FUNCTIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

FUNCIONES
ESPECIALES

FUNCIONES
ORTOGONALES

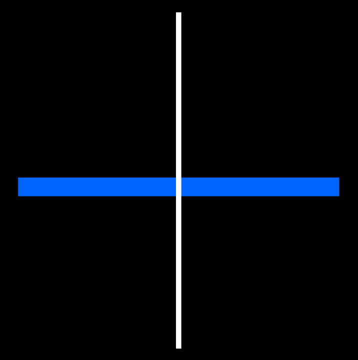
POLINOMIOS
ORTOGONALES

FUNCTIONES
ESPECIALES

FUNCIONES
ORTOGONALES

POLINOMIOS
ORTOGONALES

RECTA

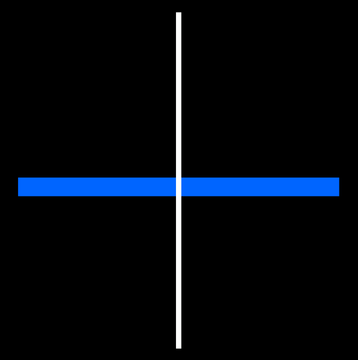


FUNCIONES
ESPECIALES

FUNCIONES
ORTOGONALES

POLINOMIOS
ORTOGONALES

RECTA



CIRCUNF.

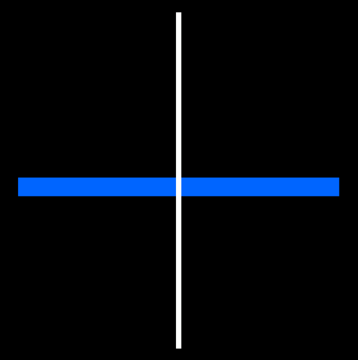
Propiedades algebraicas y analíticas

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA



CIRCUNF.

Propiedades algebraicas y analíticas

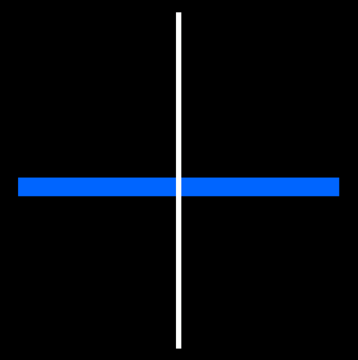
- Desarrollos en serie

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA



CIRCUNF.

Propiedades algebraicas y analíticas

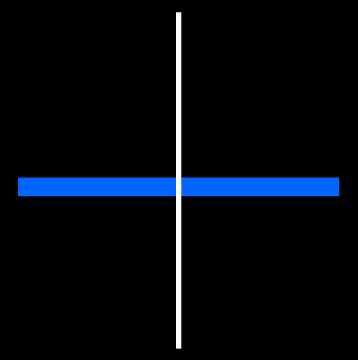
- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica

FUNCIONES
ESPECIALES

FUNCIONES
ORTOGONALES

POLINOMIOS
ORTOGONALES

RECTA



CIRCUNF.

Propiedades algebraicas y analíticas

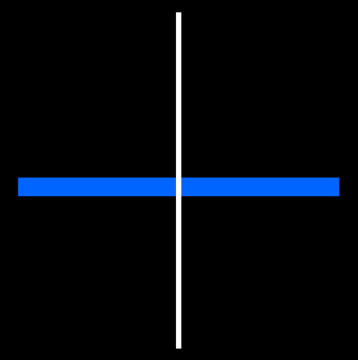
- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA



CIRCUNF.

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

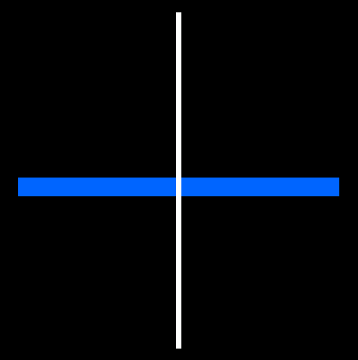
. . .

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA



CIRCUNF.

FUNCIONES ESPECIALES

Propiedades algebraicas y analíticas

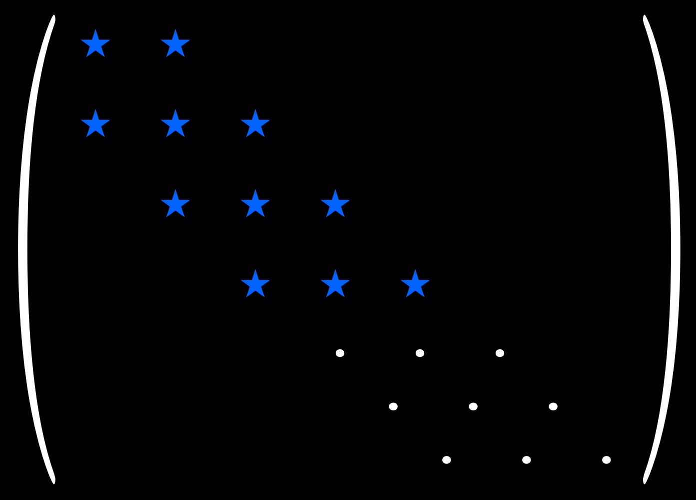
- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

FUNCIONES ORTOGONALES

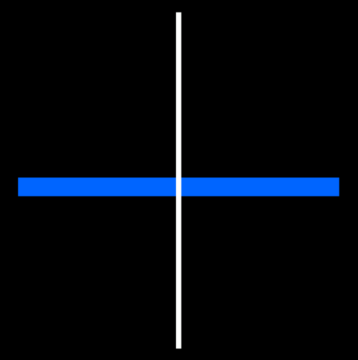
POLINOMIOS ORTOGONALES

R. Recurrencia



Matriz de JACOBI

RECTA



CIRCUNF.

FUNCIONES ESPECIALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

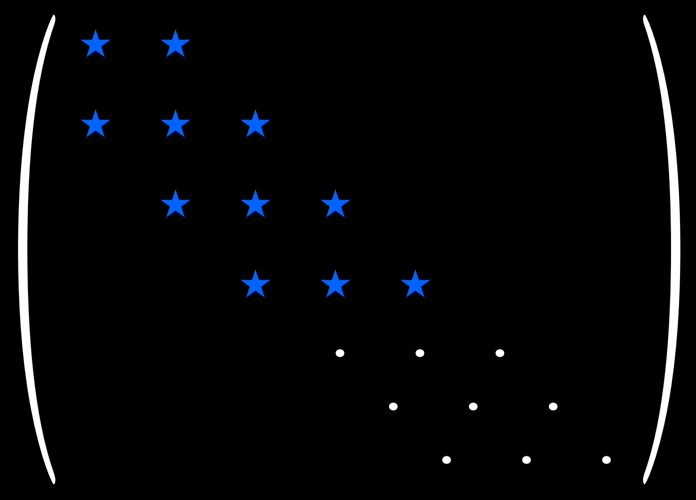
. . .

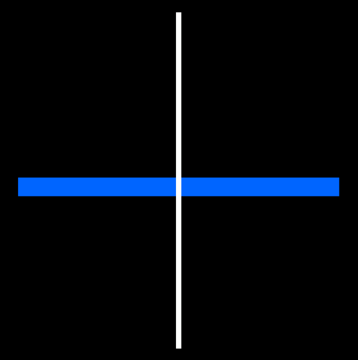
FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA

R. Recurrencia

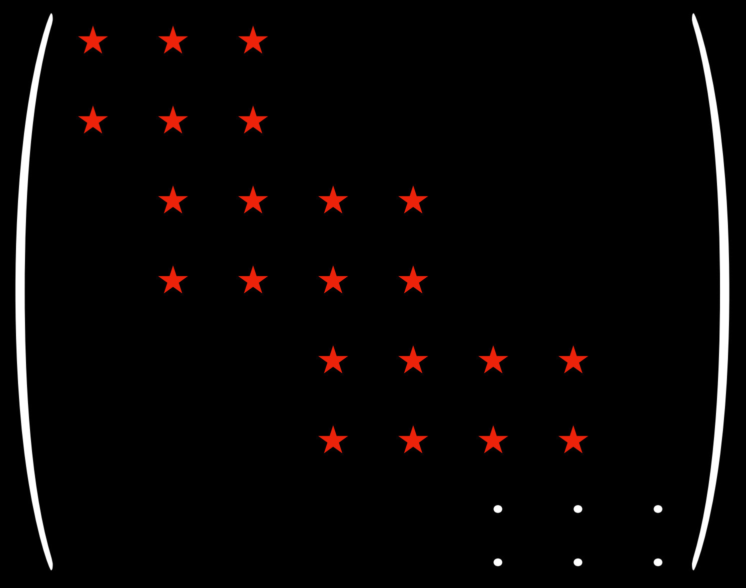




Matriz de JACOBI

CIRCUNF.

R. Recurrencia



Matriz CMV

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

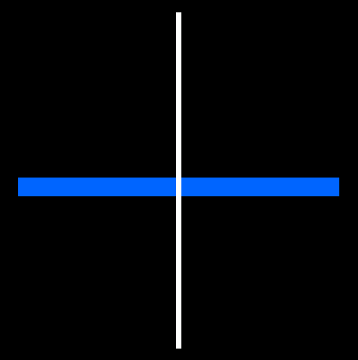
. . .

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA



R. Recurrencia

$$\begin{pmatrix} \star & \star & & & & \\ \star & \star & \star & & & \\ & \star & \star & \star & & \\ & & \star & \star & \star & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

Matriz de JACOBI

CIRCUNF.

R. Recurrencia

$$\begin{pmatrix} \star & \star & \star & & & & \\ \star & \star & \star & & & & \\ & \star & \star & \star & \star & & \\ & \star & \star & \star & \star & & \\ & & & \star & \star & \star & \star \\ & & & \star & \star & \star & \star \\ & & & & & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

Matriz CMV

Problema central

RR $\longleftrightarrow$ Medida
PO
Ceros
Asintótica
. . .

FUNCIONES ESPECIALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA ⟷ **CIRCUNF.**

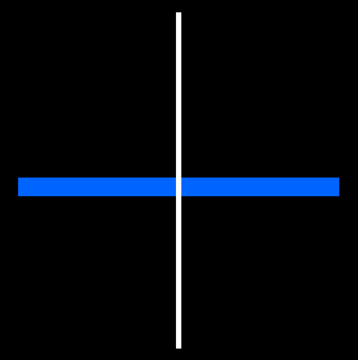
Problema central

RR ⟷ Medida
PO
Ceros
Asintótica
. . .

R. Recurrencia

$$\begin{pmatrix} \star & \star & & & & & \\ \star & \star & \star & & & & \\ & \star & \star & \star & & & \\ & & \star & \star & \star & & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

Matriz de JACOBI



R. Recurrencia

$$\begin{pmatrix} \star & \star & \star & & & & & \\ \star & \star & \star & & & & & \\ & \star & \star & \star & \star & & & \\ & \star & \star & \star & \star & & & \\ & & & \star & \star & \star & \star & \\ & & & \star & \star & \star & \star & \\ & & & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

Matriz CMV

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

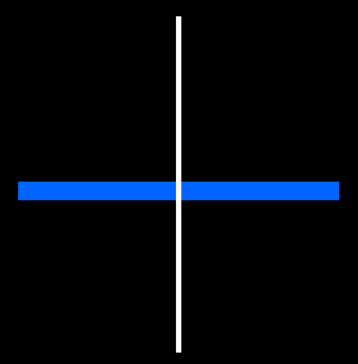
POLINOMIOS ORTOGONALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

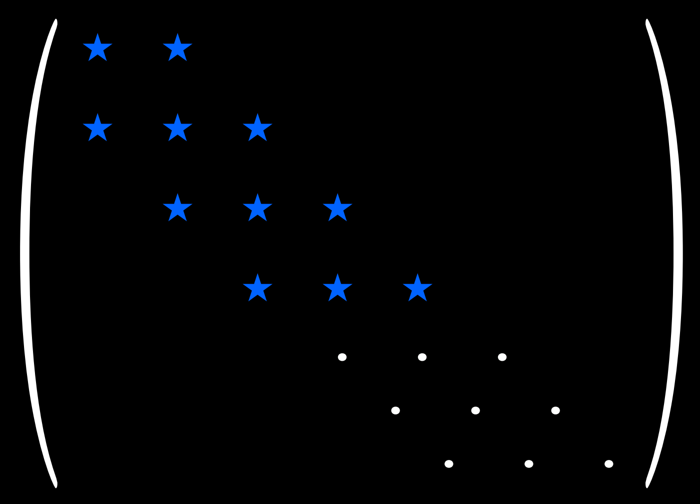
RECTA ⟷ **CIRCUNF.**



Problema central

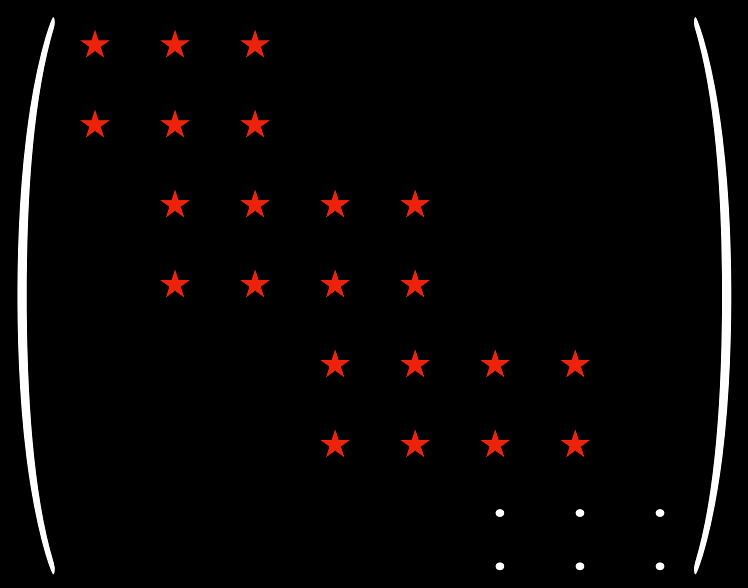
RR ⟷ Medida
PO
Ceros
Asintótica
. . .

R. Recurrencia



Matriz de JACOBI

R. Recurrencia



Matriz CMV

VERSIONES MATRICIALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

Conexiones de ida y vuelta con:

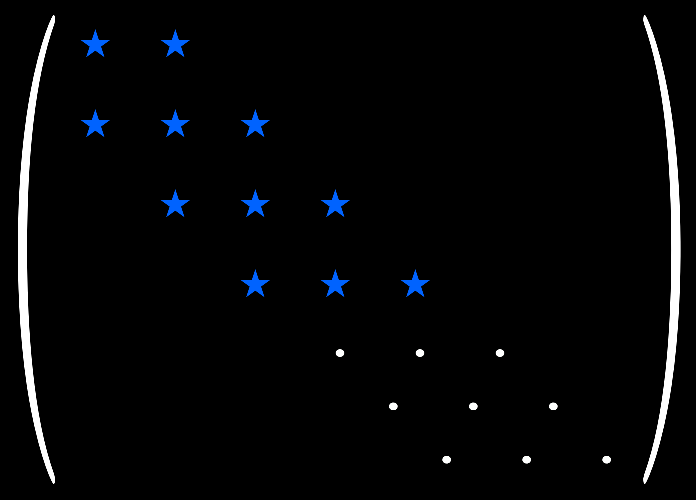
Teoría de números

RECTA ⟷ **CIRCUNF.**

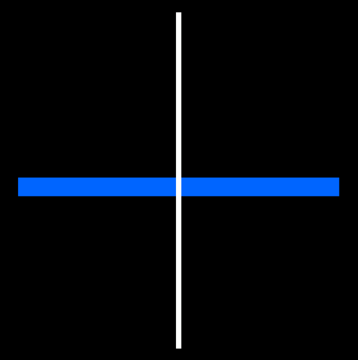
Problema central

RR ⟷ Medida
PO
Ceros
Asintótica
. . .

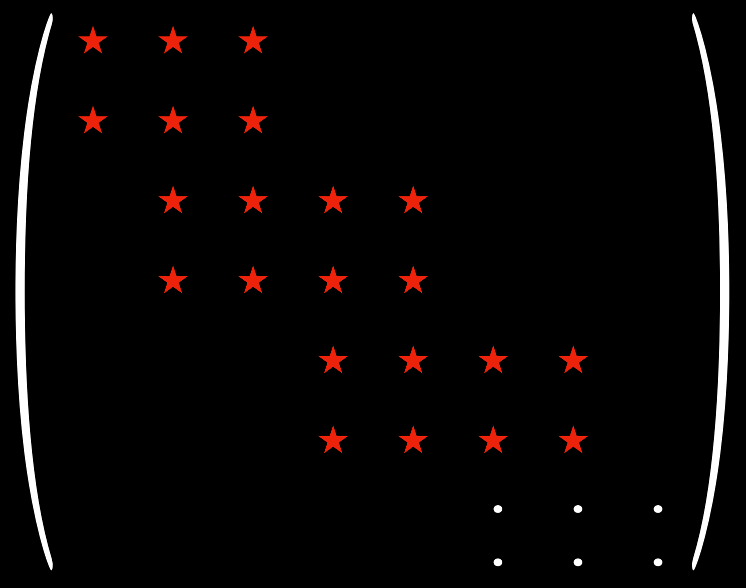
R. Recurrencia



Matriz de JACOBI



R. Recurrencia



Matriz CMV

VERSIONES MATRICIALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

Conexiones de ida y vuelta con:

Teoría de números

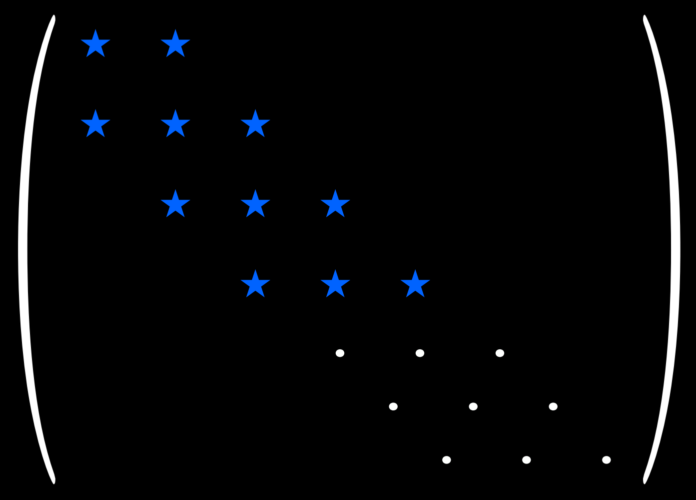
Análisis de Fourier

RECTA ⟷ CIRCUNF.

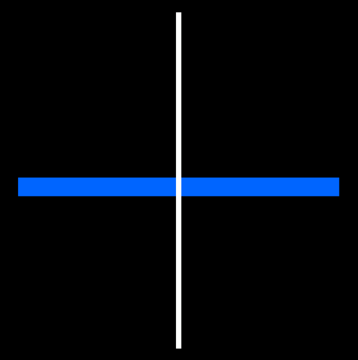
Problema central

RR ⟷ Medida
PO
Ceros
Asintótica
. . .

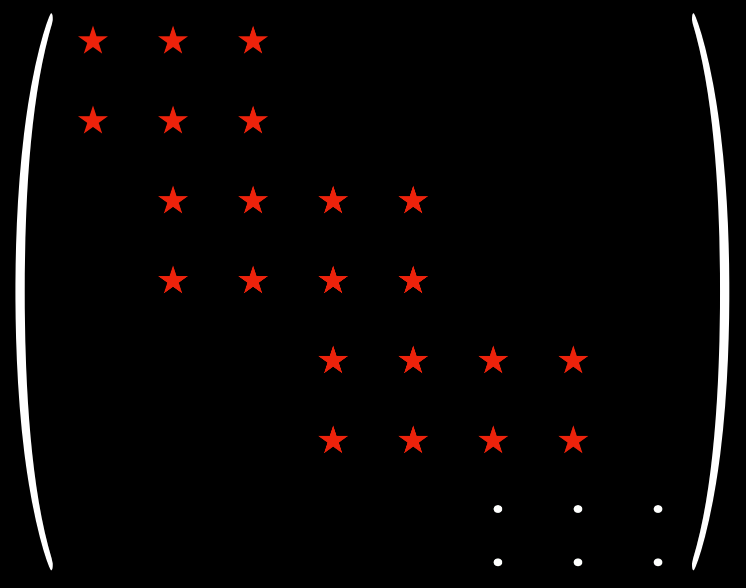
R. Recurrencia



Matriz de JACOBI



R. Recurrencia



Matriz CMV

VERSIONES MATRICIALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

Conexiones de ida y vuelta con:

Teoría de números

Análisis de Fourier

Teoría de aproximación

RECTA ⟷ **CIRCUNF.**

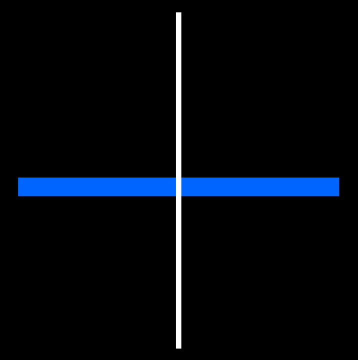
Problema central

RR ⟷ Medida
PO
Ceros
Asintótica
. . .

R. Recurrencia

$$\begin{pmatrix} \star & \star & & & & \\ \star & \star & \star & & & \\ & \star & \star & \star & & \\ & & \star & \star & \star & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

Matriz de JACOBI



R. Recurrencia

$$\begin{pmatrix} \star & \star & \star & & & & & \\ \star & \star & \star & & & & & \\ & \star & \star & \star & \star & & & \\ & \star & \star & \star & \star & & & \\ & & & \star & \star & \star & \star & \\ & & & \star & \star & \star & \star & \\ & & & & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & & & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

Matriz CMV

VERSIONES MATRICIALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

Problema central

RR ⟷ Medida
PO
Ceros
Asintótica
. . .

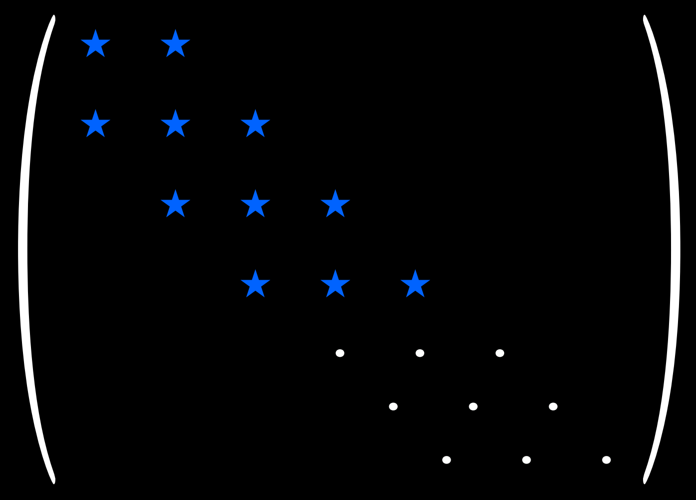
FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

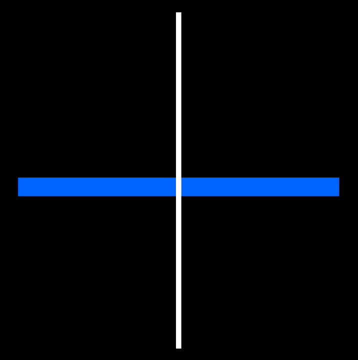
POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA ⟷ CIRCUNF.

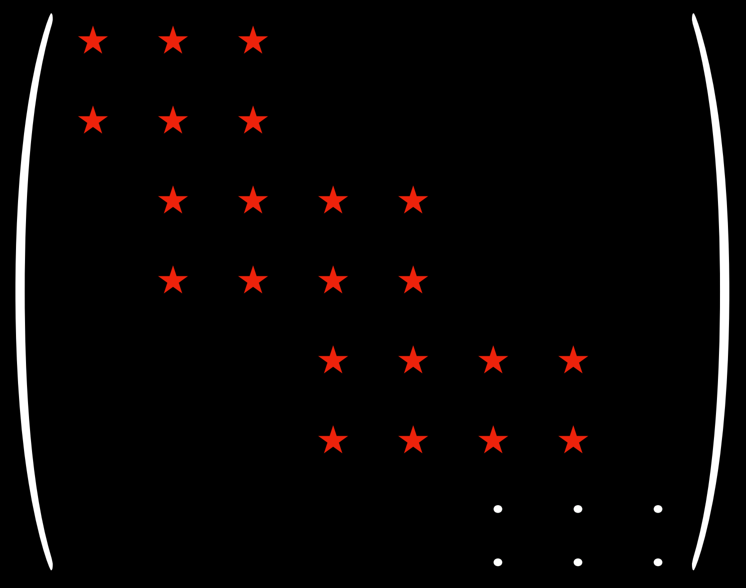
R. Recurrencia



Matriz de JACOBI



R. Recurrencia



Matriz CMV

VERSIONES MATRICIALES

Conexiones de ida y vuelta con:

Teoría de números

Análisis de Fourier

Teoría de aproximación

Teoría de operadores

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

Conexiones de ida y vuelta con:

Teoría de números

Análisis de Fourier

Teoría de aproximación

Teoría de operadores

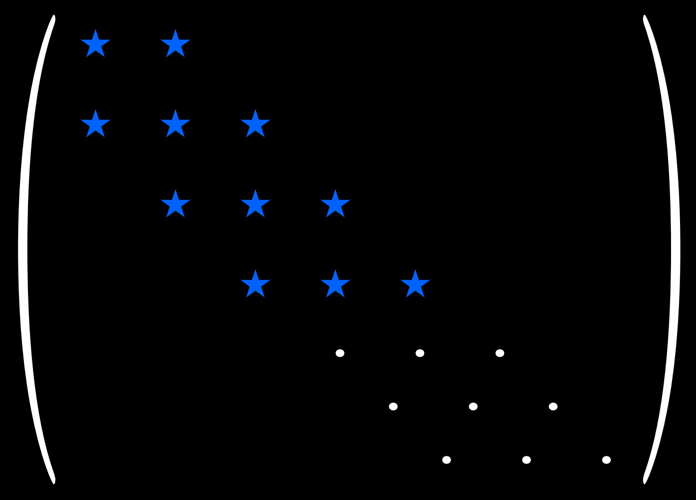
Análisis armónico

RECTA ⟷ **CIRCUNF.**

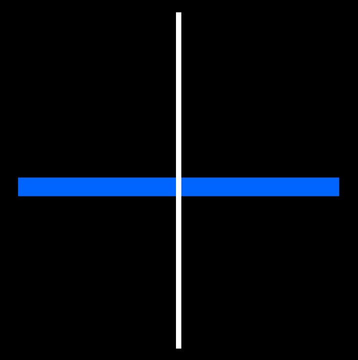
Problema central

RR ⟷ Medida
PO
Ceros
Asintótica
. . .

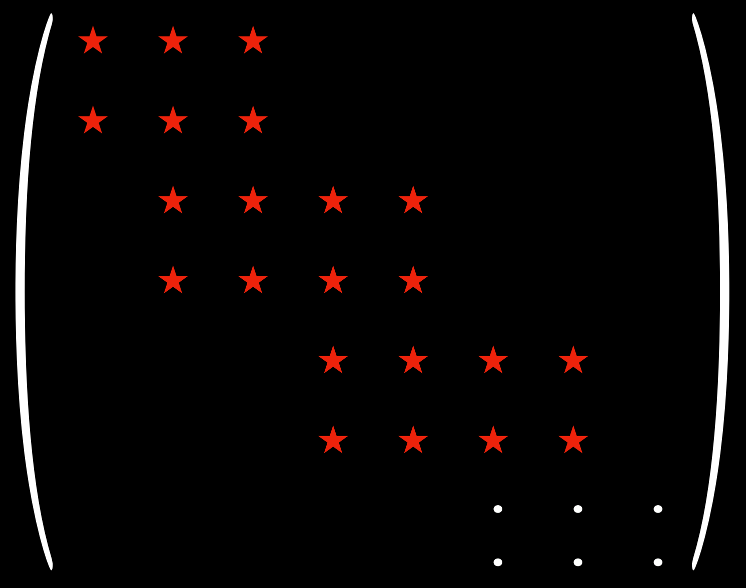
R. Recurrencia



Matriz de JACOBI



R. Recurrencia



Matriz CMV

VERSIONES MATRICIALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

Problema central

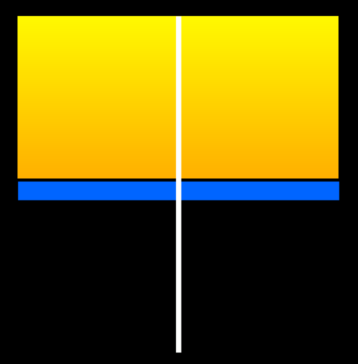
RR ⟷ Medida
PO
Ceros
Asintótica
. . .

FUNCIONES ESPECIALES

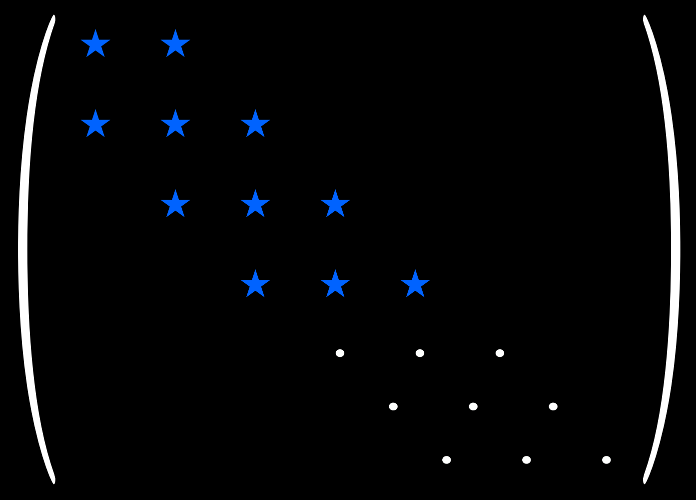
FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA ⟷ CIRCUNF.

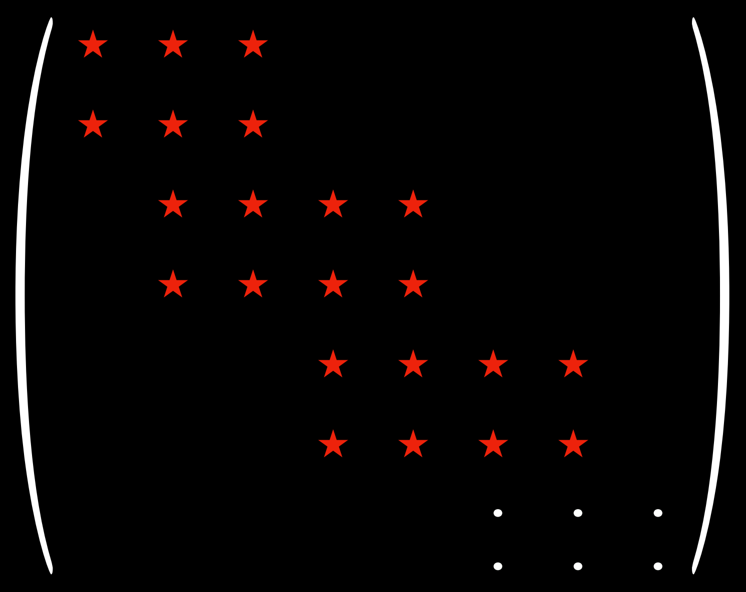


R. Recurrencia



Matriz de JACOBI

R. Recurrencia



Matriz CMV

VERSIONES MATRICIALES

Conexiones de ida y vuelta con:

Teoría de números

Análisis de Fourier

Teoría de aproximación

Teoría de operadores

Análisis armónico

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

Problema central

RR ⟷ Medida

PO

Ceros

Asintótica

. . .

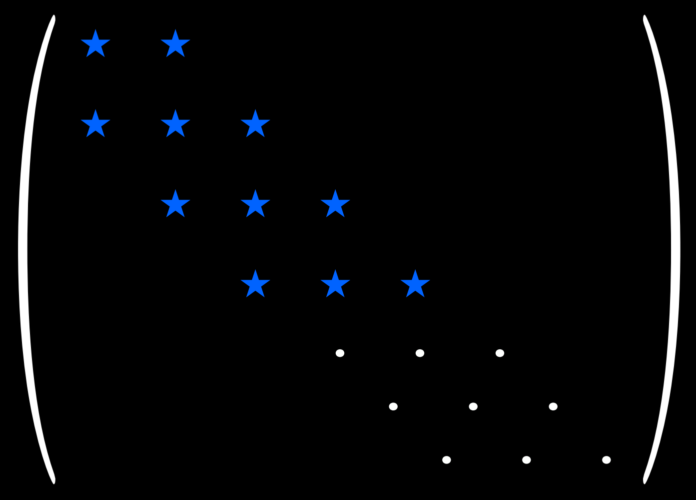
FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

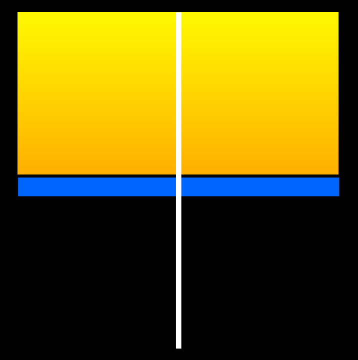
POLINOMIOS ORTOGONALES

RECTA ⟷ **CIRCUNF.**

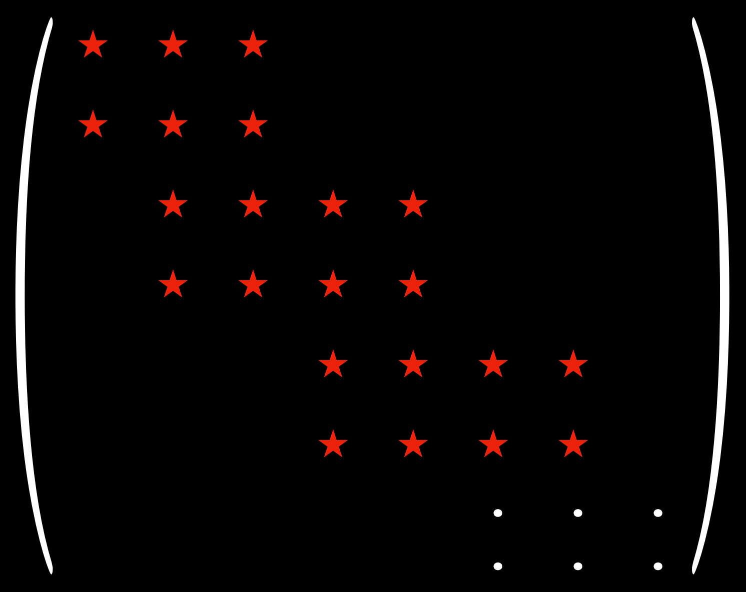
R. Recurrencia



Matriz de JACOBI



R. Recurrencia



Matriz CMV

VERSIONES MATRICIALES

Conexiones de ida y vuelta con:

Teoría de números

Análisis de Fourier

Teoría de aproximación

Teoría de operadores

Análisis armónico

Sistemas integrables

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

VERSIONES MATRICIALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

Problema central

RR ⟷ Medida

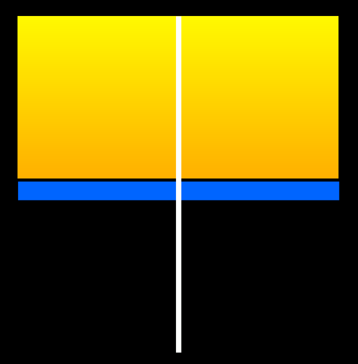
PO

Ceros

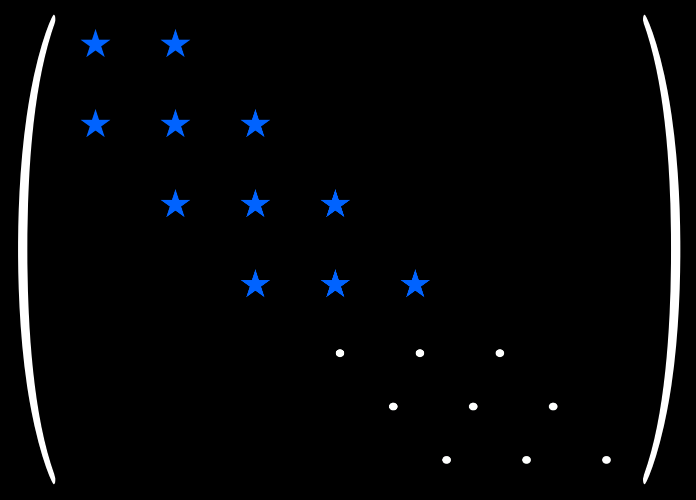
Asintótica

. . .

RECTA ⟷ CIRCUNF.

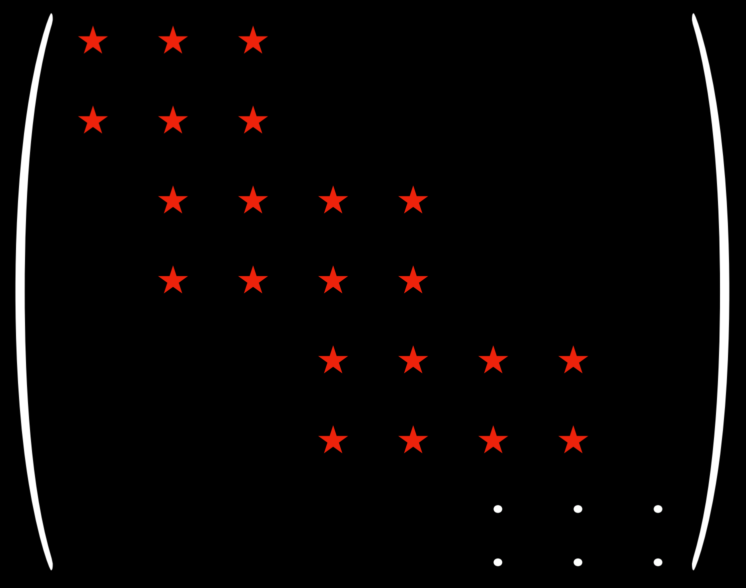


R. Recurrencia



Matriz de JACOBI

R. Recurrencia



Matriz CMV

Conexiones de ida y vuelta con:

Teoría de números

Análisis de Fourier

Teoría de aproximación

Teoría de operadores

Análisis armónico

Sistemas integrables

Random walks

FUNCIONES ESPECIALES

FUNCIONES ORTOGONALES

POLINOMIOS ORTOGONALES

Propiedades algebraicas y analíticas

- Desarrollos en serie
- Prolongación analítica
- Propiedades de ceros
- Análisis asintótico

. . .

Conexiones de ida y vuelta con:

Teoría de números

Análisis de Fourier

Teoría de aproximación

Teoría de operadores

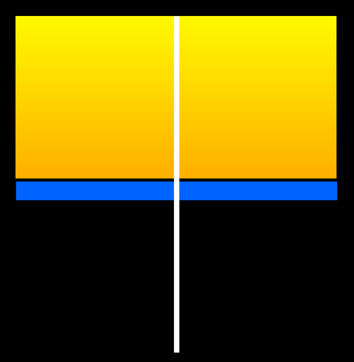
Análisis armónico

Sistemas integrables

Random walks

Quantum walks

RECTA ⟷ **CIRCUNF.**



Problema central

RR ⟷ Medida

PO

Ceros

Asintótica

. . .

R. Recurrencia

$$\begin{pmatrix} \star & \star & & & & \\ \star & \star & \star & & & \\ & \star & \star & \star & & \\ & & \star & \star & \star & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

Matriz de JACOBI

R. Recurrencia

$$\begin{pmatrix} \star & \star & \star & & & & \\ \star & \star & \star & & & & \\ & \star & \star & \star & \star & & \\ & \star & \star & \star & \star & & \\ & & & \star & \star & \star & \star \\ & & & \star & \star & \star & \star \\ & & & & & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

Matriz CMV

VERSIONES MATRICIALES

ANÁLISIS MATEMÁTICO

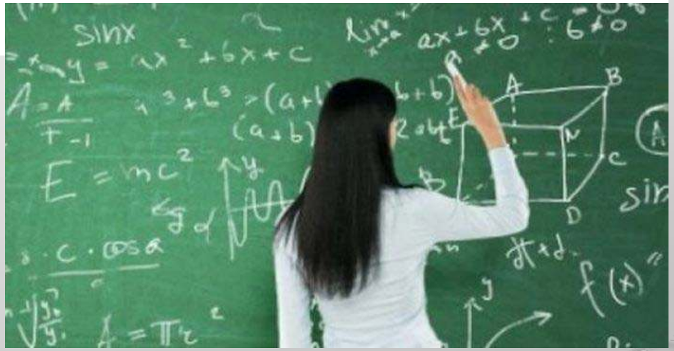
PEDRO J. MIANA (PJMIANA@UNIZAR.ES)

PID2019-105979GB-I00: OPERADORES Y GEOMETRÍA EN ANÁLISIS MATEMÁTICO. MINISTERIO DE CIENCIA E INNOVACION. 01/06/2020-31/05/2023.

IP'S: PEDRO JOSÉ MIANA SANZ (UZ) Y EVA GALLARDO GUTIÉRREZ (UCM).

(MÁS DE 35 AÑOS, EX IP'S: JESÚS BASTERO, JOSÉ E. GALÉ)

LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN



(1) ANÁLISIS GEOMÉTRICO CONVEXO

(DAVID ALONSO, JULIO BERNUÉS, UZ)

(2) **VARIABLE COMPLEJA Y OPERADORES**

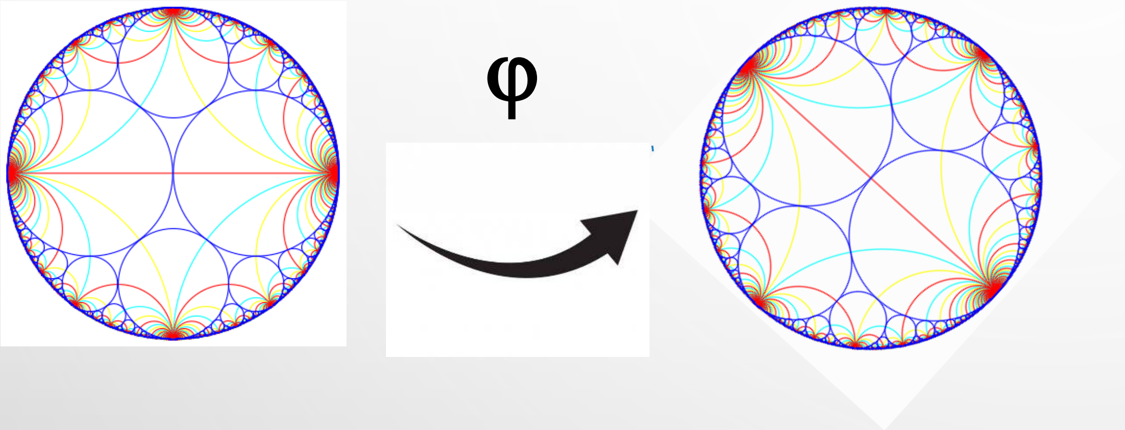
(EVA GALLARDO GUTIÉRREZ, MIGUEL MONSALVE, FRANCISCO J. GONZÁLEZ DOÑA (BECARIO), UCM)

(3) **ANÁLISIS FUNCIONAL Y CÁLCULO FRACCIONARIO**

(JOSÉ E. GALÉ, LUCIANO ABADIAS, JOSE LUIS GRACIA, JESÚS OLIVA (BECARIO), PEDRO J. MIANA, UZ)…

LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

(2) VARIABLE COMPLEJA Y OPERADORES



$$(T_\varphi f)(z) := f(\varphi(z))$$

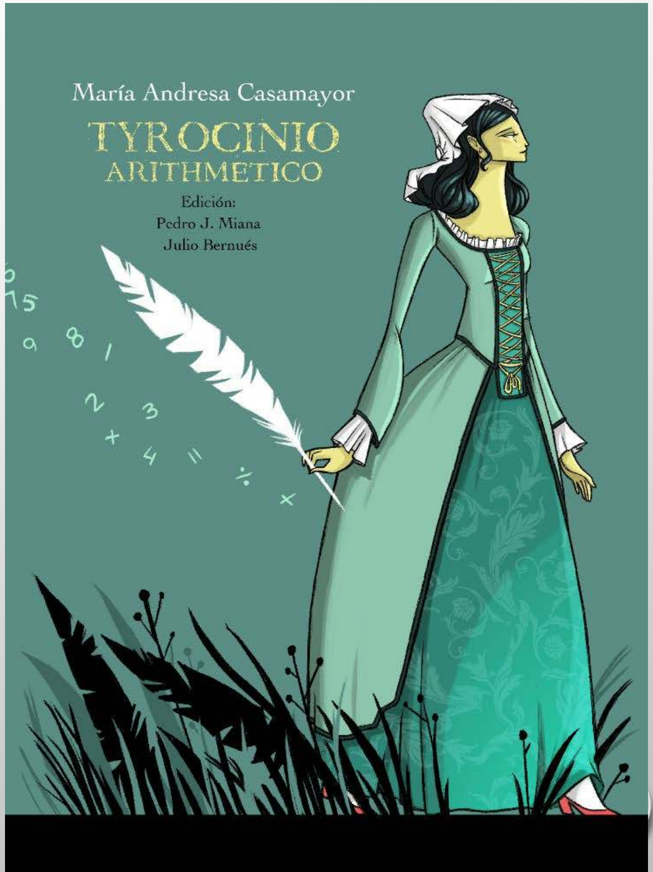
(3) ANÁLISIS FUNCIONAL Y CÁLCULO FRACCIONARIO

$$u^{\left(\frac{1}{2}\right)}(t) = ??$$

$$\begin{cases} u'(t) = Au(t) \\ u(0) = u_0 \end{cases}$$

$$u(t) = e^{tA}u_0$$

MUSEO
DE MATEMÁTICAS
MONASTERIO DE CASBAS



Y otras nuevas en 2021 y 2022
… ¿te atreves a colaborar?

Análisis Geométrico Convexo

David Alonso Gutiérrez

Universidad de Zaragoza-IUMA

18 de marzo de 2021

Facultad de Ciencias
Universidad Zaragoza

Instituto Universitario de Investigación
de Matemáticas
y Aplicaciones
Universidad Zaragoza

Proyectos

Esta línea de investigación se enmarca dentro de los siguientes proyectos:

- Grupo de Referencia Análisis y Física Matemática E48_20R. Gobierno de Aragón. 01/01/2020-31/12/2022. IP: Luis Fernando Velázquez Campoy.

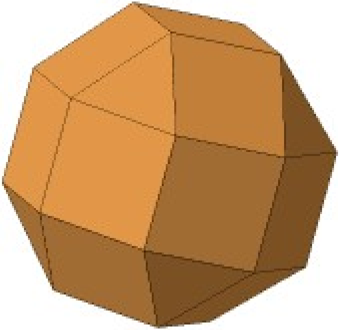
- PID2019-105979GB-I00: Operadores y Geometría en Análisis Matemático. Agencia Estatal de Investigación. 01/06/2020-31/05/2023. IP's: Pedro José Miana Sanz y Eva Antonia Gallardo Gutiérrez.

Cuerpos convexos

- Un conjunto $K \subset \mathbb{R}^n$ se dice que es convexo si dados $x, y \in K$, el segmento que los une

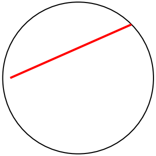
$$\{\lambda x + (1-\lambda)y \,:\, \lambda \in [0,1]\}$$

  está contenido en K.
- K es un cuerpo convexo si es convexo, compacto y tiene interior no vacío.



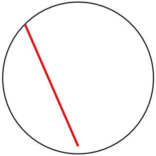
Cuerpos convexos

- $B_2^2 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \, : \, x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$



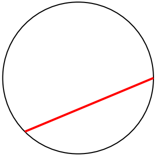
Cuerpos convexos

- $B_2^2 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$



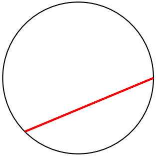
Cuerpos convexos

- $B_2^2 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \, : \, x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$



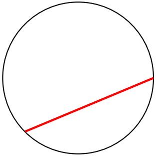
Cuerpos convexos

- $B_2^3 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}$



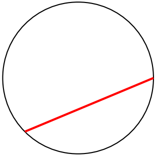
Cuerpos convexos

- $B_2^n = \{(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \,:\, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_n^2 \leq 1\}$

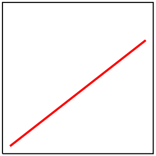


Cuerpos convexos

- $B_2^n = \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \, : \, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_n^2 \leq 1\}$

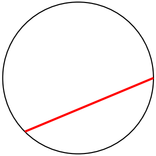


- $B_\infty^2 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \, : \, x_1, x_2 \in [-1, 1]\}$

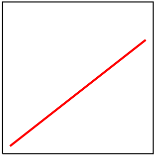


Cuerpos convexos

- $B_2^n = \{(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \,:\, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_n^2 \leq 1\}$

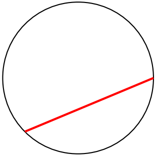


- $B_\infty^3 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x_1, x_2, x_3 \in [-1, 1]\}$

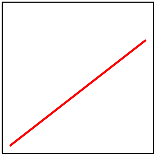


Cuerpos convexos

- $B_2^n = \{(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \, : \, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_n^2 \leq 1\}$



- $B_\infty^n = \{(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \, : \, x_i \in [-1, 1] \, \forall i\}$

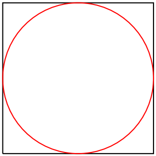


Análisis Geométrico Convexo

- Estudiamos las propiedades geométricas (volumen, anchura, superficie, volúmenes de proyecciones, volúmenes de secciones, volúmenes de proyecciones,...) de los cuerpos convexos de dimensión n y su dependencia de la dimensión n cuando n tiende a infinito.

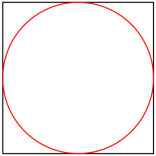
Análisis Geométrico Convexo

- Estudiamos las propiedades geométricas (volumen, anchura, superficie, volúmenes de proyecciones, volúmenes de secciones, volúmenes de proyecciones,...) de los cuerpos convexos de dimensión n y su dependencia de la dimensión n cuando n tiende a infinito.



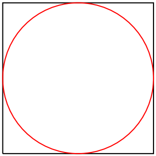
Análisis Geométrico Convexo

- Estudiamos las propiedades geométricas (volumen, anchura, superficie, volúmenes de proyecciones, volúmenes de secciones, volúmenes de proyecciones,...) de los cuerpos convexos de dimensión n y su dependencia de la dimensión n cuando n tiende a infinito.



$$|B_\infty^2| = 4\,,\ |B_\infty^3| = 8\,,\ldots,\ |B_\infty^n| = 2^n \to \infty$$

- Estudiamos las propiedades geométricas (volumen, anchura, superficie, volúmenes de proyecciones, volúmenes de secciones, volúmenes de proyecciones,...) de los cuerpos convexos de dimensión n y su dependencia de la dimensión n cuando n tiende a infinito.

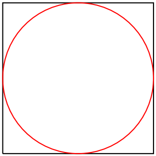


$$|B_\infty^2| = 4\,,\ |B_\infty^3| = 8\,,\dots,\ |B_\infty^n| = 2^n \to \infty$$

$$|B_2^2| = \pi\,,\ |B_2^3| = \frac{4}{3}\pi\,,\dots,\ |B_2^n| = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(1+\frac{n}{2}\right)} \to 0$$

Análisis Geométrico Convexo

- Estudiamos las propiedades geométricas (volumen, anchura, superficie, volúmenes de proyecciones, volúmenes de secciones, volúmenes de proyecciones,...) de los cuerpos convexos de dimensión n y su dependencia de la dimensión n cuando n tiende a infinito.

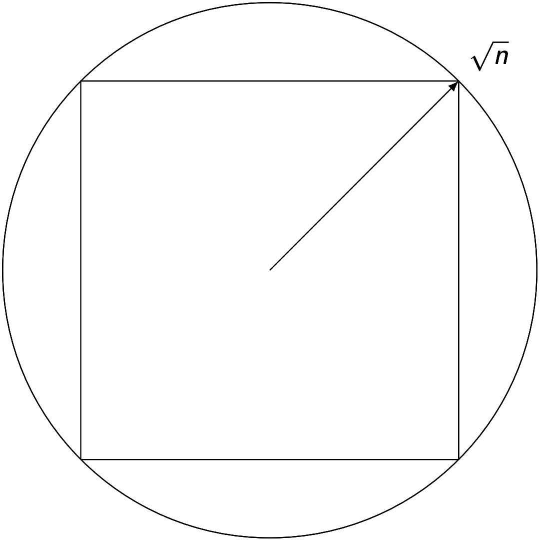


$$|B_\infty^2| = 4\,,\ |B_\infty^3| = 8\,,\ldots,\ |B_\infty^n| = 2^n \to \infty$$

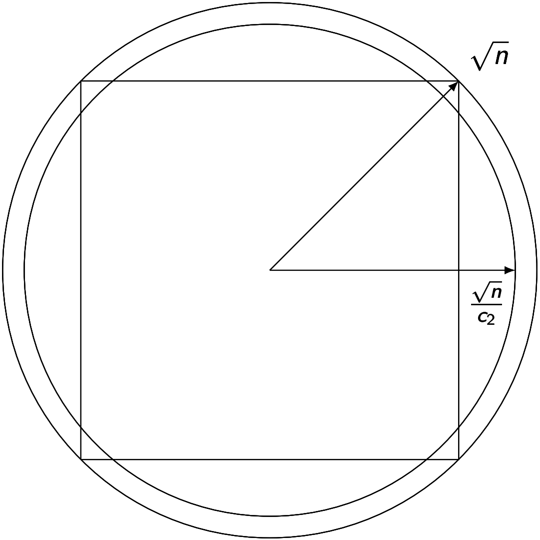
$$|B_2^2| = \pi\,,\ |B_2^3| = \tfrac{4}{3}\pi\,,\ldots,\ |B_2^n| = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(1+\frac{n}{2}\right)} \to 0$$

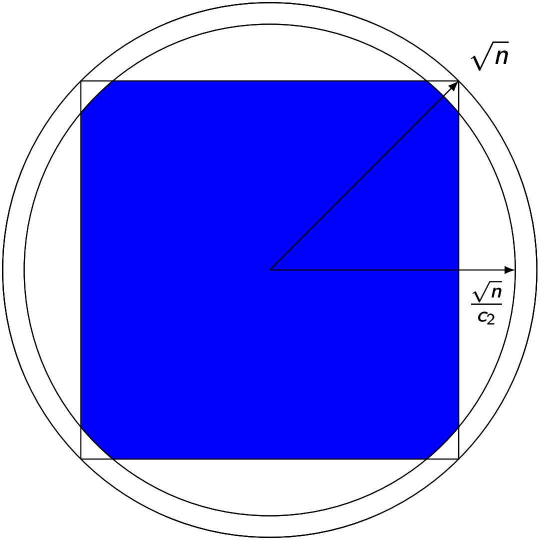
$$|B_\infty^n|^{\frac{1}{n}} = 2 \qquad\qquad \frac{c_1}{\sqrt{n}} \le |B_2^n|^{\frac{1}{n}} \le \frac{c_2}{\sqrt{n}}$$

Análisis Geométrico Convexo



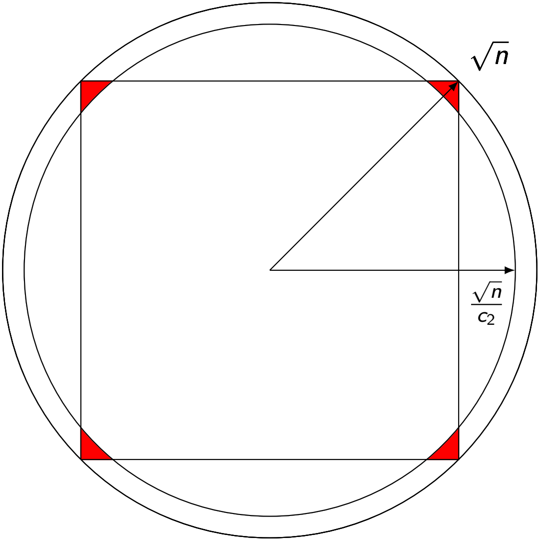
Análisis Geométrico Convexo





$$|B_\infty^n \cap \frac{\sqrt{n}}{c_2} B_2^n| \leq |\frac{\sqrt{n}}{c_2} B_2^n| \leq 1$$

Análisis Geométrico Convexo



$$|B_\infty^n \cap \frac{\sqrt{n}}{c_2} B_2^n| \leq |\frac{\sqrt{n}}{c_2} B_2^n| \leq 1$$

$$|B_\infty^n \setminus \frac{\sqrt{n}}{c_2} B_2^n| \geq 2^n - 1$$

$$= 2^n \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = |B_\infty^n| \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$$

Análisis Geométrico Convexo

- La mayor parte del volumen de un cubo n-dimensional se concentra en las esquinas.

Análisis Geométrico Convexo

- La mayor parte del volumen de un cubo n-dimensional se concentra en las esquinas.

- Si cogemos un punto aleatorio en un cubo n-dimensional lo más probable es que esté cerca de las esquinas.

Análisis Geométrico Convexo

- La mayor parte del volumen de un cubo n-dimensional se concentra en las esquinas.
- Si cogemos un punto aleatorio en un cubo n-dimensional lo más probable es que esté cerca de las esquinas.
- Y en otro cuerpo convexo, ¿Cómo se distribuye el volumen?

Análisis Geométrico Convexo

- La mayor parte del volumen de un cubo n-dimensional se concentra en las esquinas.
- Si cogemos un punto aleatorio en un cubo n-dimensional lo más probable es que esté cerca de las esquinas.
- Y en otro cuerpo convexo, ¿Cómo se distribuye el volumen?
- Si cogemos un punto aleatorio en un cuerpo convexo K, ¿Cuál es la probabilidad de que esté en algún sitio?

Análisis Geométrico Convexo

- La mayor parte del volumen de un cubo n-dimensional se concentra en las esquinas.
- Si cogemos un punto aleatorio en un cubo n-dimensional lo más probable es que esté cerca de las esquinas.
- Y en otro cuerpo convexo, ¿Cómo se distribuye el volumen?
- Si cogemos un punto aleatorio en un cuerpo convexo K, ¿Cuál es la probabilidad de que esté en algún sitio?

Problema

Dado un vector aleatorio X uniformemente distribuido en un cuerpo convexo $K \subseteq \mathbb{R}^n$, estudiar las propiedades de la distribución de X y su dependencia de K y de n.

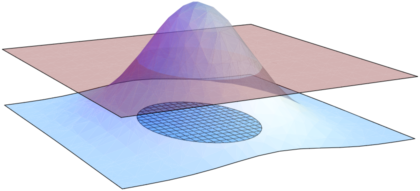
Funciones log-cóncavas

- $f : \mathbb{R}^n \to [0,\infty)$ es log-cóncava si

$$f((1-\lambda)x+\lambda y) \geq f(x)^{1-\lambda} f(y)^{\lambda} \quad \forall x,y \in \mathbb{R}^n, \forall \lambda \in [0,1]$$

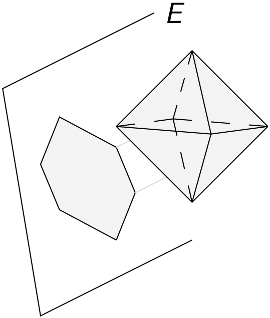
Equivalentemente, si

$$f(x) = e^{-V(x)}, \qquad V : \mathbb{R}^n \to (-\infty,\infty] \text{ convexa.}$$



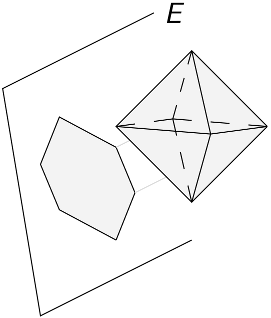
Funciones log-cóncavas

Cuando se proyecta un cuerpo convexo sobre un subespacio vectorial E se obtiene un cuerpo convexo en E



Funciones log-cóncavas

Cuando se proyecta un cuerpo convexo sobre un subespacio vectorial E se obtiene un cuerpo convexo en E



Cuando se proyecta la probabilidad uniforme sobre un cuerpo convexo sobre un subespacio E se obtiene una probabilidad con una densidad log-cóncava

Cuerpos convexos y funciones log-cóncavas

Los cuerpos convexos se encuentran "contenidos" en las funciones log-cóncavas:

- $K \to \chi_K$
- $K \to e^{-\|\cdot\|_K}$.

Cuerpos convexos y funciones log-cóncavas

Los cuerpos convexos se encuentran “contenidos” en las funciones log-cóncavas:

- $K \to \chi_K$
- $K \to e^{-\|\cdot\|_K}$.

Problema

Extender conceptos y desigualdades geométricas al contexto más general de las funciones log-cóncavas.

GRACIAS POR VUESTRA ATENCIÓN!

Grupo de Física Matemática

Silvia Vilariño (CUD-Matemáticas)
Eduardo Martínez (Matemática Aplicada)
Jorge A. Jover (Matemática Aplicada)
Ernesto Estrada (ARAID-IUMA)
José F. Cariñena (Física Teórica)
M. F. Rañada (Física Teórica)
Carlos Bouthelier (Física Teórica, PIF)
David Martínez (Física Teórica, PIF)
Jesús Clemente (Física Teórica)

Proyectos

PGC2018-098265-B-C31

INTERACCIÓN FÍSICA-TECNOLOGÍA-MATEMÁTICAS:
MÉTODOS GEOMÉTRICOS MODERNOS

IP: Eduardo Martínez Fernández

Líneas de trabajo I

Estructuras geométricas en sistemas de ecuaciones diferenciales:

Silvia Vilariño

Sistemas de Lie multisimplécticos

Eduardo Martínez, José F. Cariñena

Multiplicador de Jacobi

Transformación de Sundman

Manuel Fernández-Rañada, José F. Cariñena

Sistemas superintegrables

Líneas de trabajo II

Estructuras geométricas y algebraicas en Mecánica Clásica, Cuántica e Híbrida:

Eduardo Martínez, José F. Cariñena

Grupoides y algebroides de Lie

Teoría de Hamilton-Jacobi

Integradores geométricos

Manuel Fernández-Rañada, José F. Cariñena

Sistemas superintegrables

Carlos Bouthelier, Jorge A. Jover, J. Clemente

Dinámica y control de sistemas cuánticos abiertos

Dinamica y control de sistemas híbridos clásico-cuánticos

Líneas de trabajo III

Estructuras geométricas en Teoría de Campos:

S. Vilariño

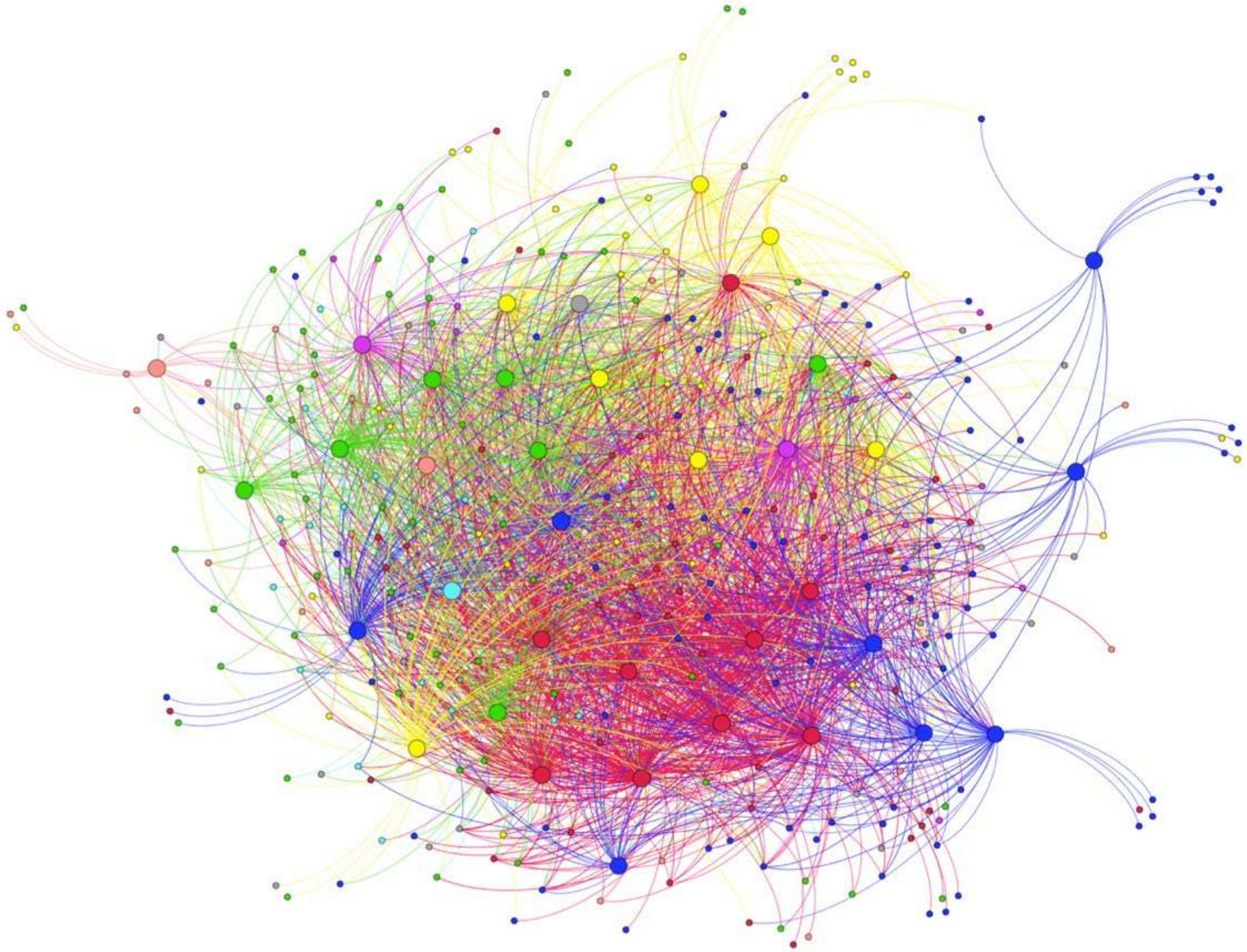
Derivaciones de Tulczyjew

E. Martínez

Formalismos lagrangiano y hamiltoniano en teoría de campos y generalizaciones.

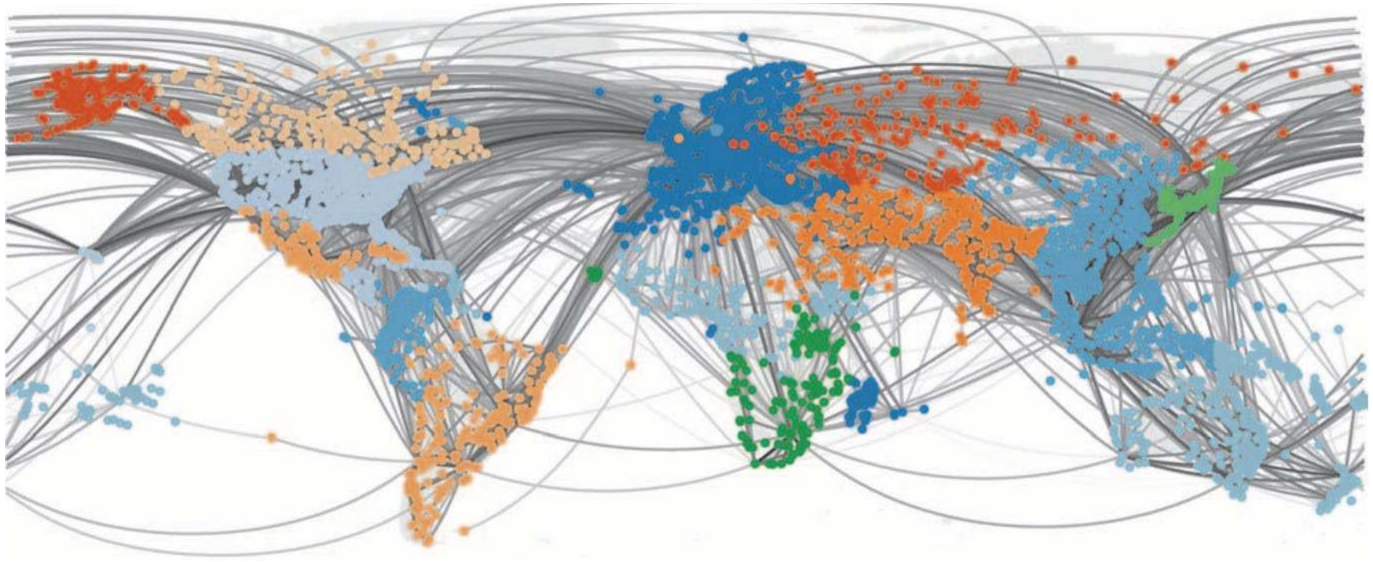
Carlos Bouthelier, Jorge A. Jover, J. Clemente

Estructuras híbridas clásico-cuánticas en Teoría de Campos



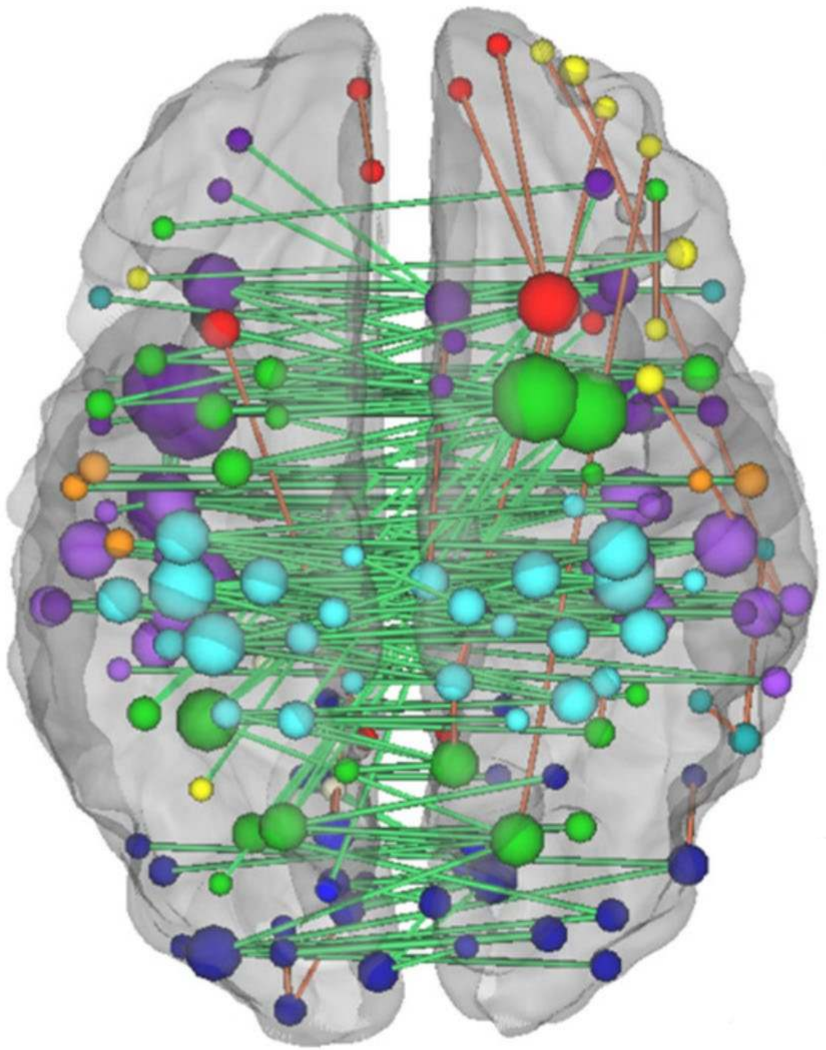
Técnicas generals usadas

- Teoría espectral de grafos
- Grafos geométricos
- Teoría de grafos extremales
- Immersión geométrica y espacios de longitudes
- Complejos simpliciales
- Análisis de operadores discretos
- Redes (grafos) con signos



Modelos usados

- Difusión normal y anómala
- Consenso con/sin líderes
- Sincronización
- Epidemias en redes
- Dinámicas sesgadas
- Modelos de transporte
- Caminantes aleatorios, clásicos y cuánticos



Áreas de interés

- Epidemias en humanos y plantas
- Redes en biología molecular (virología)
- Redes de infraestructuras y transporte
- Matemática financiera
- Química matemática
- Redes cerebrales y enfermedades
- Redes y geopolítica internacional

Mas información: https://sites.google.com/view/ernestoestrada

Grupo S60_20R

‘Investigación en Educación Matemática’

https://riemann.unizar.es/grupodidactica/

Antonio M. Oller-Marcén (IP)
Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza – IUMA
oller@unizar.es

Instituto Universitario de Investigación de Matemáticas y Aplicaciones
Universidad Zaragoza

18 de marzo de 2021

Investigación en Educación Matemática (Didáctica de las Matemáticas)

NO es:

- El “arte” de enseñar matemáticas.
- El uso de metodologías innovadoras en el aula.
- El interés por la divulgación de las matemáticas.

Investigación en Educación Matemática (Didáctica de las Matemáticas)

La Educación Matemática es la *disciplina científica* cuyos *objetos de estudio* son los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

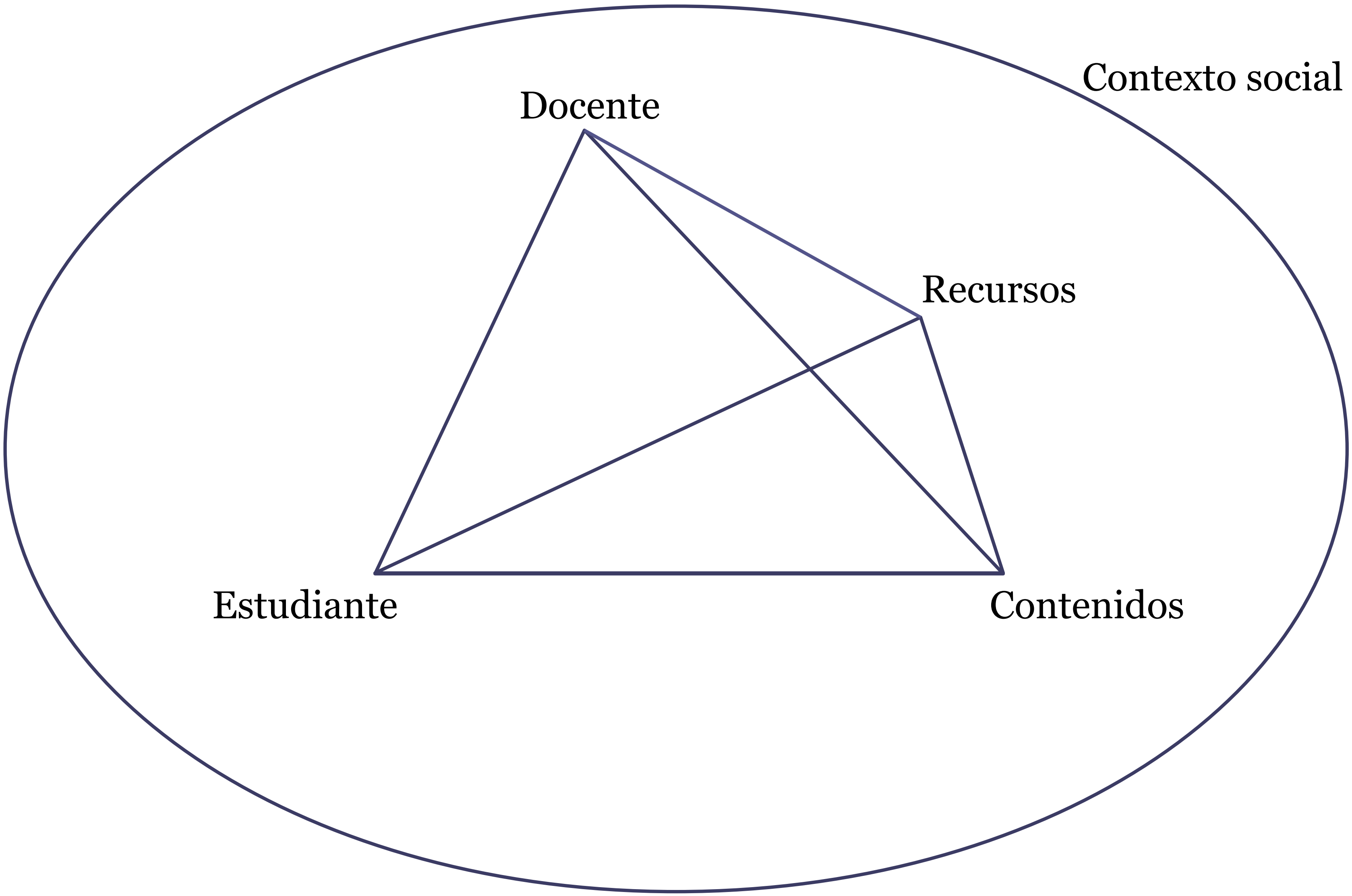
Estos procesos son *actividades humanas* que, como tales, tienen lugar en un *contexto social y cultural*.

De este modo, la educación matemática trata con conceptos prevenientes de:

- Matemáticas,
- Humanidades (Historia, Filosofía,...),
- Ciencias Sociales (Psicología, Pedagogía, Sociología,...).

Los métodos de investigación también son cercanos a los de las humanidades y ciencias sociales.

Investigación en Educación Matemática (Didáctica de las Matemáticas)



Investigación en Educación Matemática (Didáctica de las Matemáticas)

Más información:

- International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)
  Fundada en 1908.
  Cada cuatro años: ICME (análogo al ICM). El próximo tendrá lugar en Shanghai (2021).
  https://www.mathunion.org/icmi

- European Society for Research in Mathematics Education (ERME)
  Cada dos años: CERME. El próximo tendrá lugar en Bolzano (2022).
  http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/

- Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)
  Simposio anual. El próximo tendrá lugar en Valencia (2021).
  http://www.seiem.es/

El grupo (visión general)

- Reconocido de referencia por la DGA. Espero que pronto financiado.
- No demasiado grande (10 efectivos – 11 colaboradores).
- "Joven" y casi paritario (9 mujeres – 12 hombres).
- Activo: 4 tesis doctorales en marcha (una se defenderá el 12 de abril).
- Miembros participan en proyectos nacionales y europeos.
- No solo investigación:
  - Colaboración con centros.
  - Colaboración con instituciones y sociedades.
  - Formación de profesorado.

El grupo (líneas principales)

Principales líneas de investigación actuales:

- Ingeniería didáctica. Diseño y análisis de secuencias didácticas a nivel preuniversitario.

- Análisis y elaboración de recursos educativos para la enseñanza de las matemáticas.

- Análisis de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en contextos tecnológicos.

- Historia de las Matemáticas y de la Educación Matemática, y su uso como recurso didáctico.

Ingeniería didáctica

ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS, 37-2 (2019), 85-106
Investigaciones didácticas
https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2603
ISSN (impreso): 0212-4521 / ISSN (digital): 2174-6486

Una experiencia de investigación-acción para la enseñanza de la proporcionalidad compuesta

An action research experience to teach compound proportional situations

Sergio Martínez-Juste, José M. Muñoz-Escolano
Departamento de Matemáticas. Universidad de Zaragoza. Zaragoza, España.
sergiomj@unizar.es, jmescola@unizar.es
Antonio M. Oller-Marcén
Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza - IUMA. Zaragoza, España.
oller@unizar.es

RESUMEN • En este trabajo describimos y analizamos los resultados de una experiencia de enseñanza de la proporcionalidad compuesta llevada a cabo con alumnos de 1.º y 2.º de secundaria bajo el paradigma de la investigación-acción. La propuesta de enseñanza está elaborada a partir del análisis de los objetos didácticos y los problemas de la enseñanza tradicional. La experimentación se llevó a cabo durante cuatro cursos académicos, en los que se realizaron dos ciclos de investigación-acción. La amplia muestra de trabajo, con unos 120 alumnos involucrados en cada ciclo, y la variedad de instrumentos de recogida de información utilizados durante la fase de acción permiten la obtención de conclusiones sólidas sobre la viabilidad y los puntos fuertes, así como sobre los aspectos mejorables de la propuesta.

PALABRAS CLAVE: Proporcionalidad compuesta; Investigación-Acción; Razonamiento proporcional; Secundaria; Diseño de tareas.

Análisis y elaboración de recursos

Cultura y Educación / Culture and Education, 2018
Vol. 30, No. 4, 633–662, https://doi.org/10.1080/11356405.2018.1524651

Online educational videos according to specific didactics: the case of mathematics / *Los Vídeos educativos en línea desde las didácticas específicas: el caso de las matemáticas*

Pablo Beltrán-Pellicer [a], Belén Giacomone [b], and María Burgos [b]

[a] *Universidad de Zaragoza;* [b] *Universidad de Granada*

(*Received 30 November 2017; accepted 13 September 2018*)

Abstract: The vast number of online educational videos available at the moment has generated an emerging area of research concerning their level of suitability. This study considers the epistemic quality of educational videos on mathematics, focusing on the specific content of directly proportional distributions. A qualitative study is used, based on the application of theoretical and methodological tools from the onto-semiotic approach to knowledge and mathematics instruction, principally the notion of epistemic suitability and the identification of algebraic levels. The sample consists of the 31 most popular videos in Spanish on YouTube™ on directly proportional distributions. Analysis reveals interesting results on these kinds of resources. In general, it is observed that they are weak in epistemic suitability, which does not seem to affect their level of popularity. Moreover, the existence of videos with inaccurate arguments or incorrect procedures, together with the diversity of algebraic levels used, indicates that teachers should be careful when selecting them and only recommend those that better suit their students' needs.

Keywords: educational videos; online education; teaching resources; mathematics teaching and learning; didactic suitability

Entornos tecnológicos

Introduciendo BlocksCAD como recurso didáctico en matemáticas

Pablo Beltrán-Pellicer
Carlos Rodríguez-Jaso
José María Muñoz-Escolano

SUMA+ núm. 93
pp. 39-48
Artículo recibido en *Suma* en diciembre de 2018 y aceptado en septiembre de 2019

BlocksCAD es un entorno web de programación visual por bloques, de aspecto similar a Scratch, para el software libre de modelado en 3D OpenSCAD. Con esta herramienta, los cuerpos en el espacio se describen mediante algoritmos que incluyen la utilización de unas pocas primitivas, como prismas y esferas; transformaciones geométricas y operaciones lógicas y conjuntistas. En este artículo se introduce el recurso y se proponen ejemplos de tareas que se han puesto en práctica con alumnado de segundo ciclo de ESO.

Palabras clave: Recurso didáctico, Pensamiento computacional, Geometría.

Introducing BlocksCAD as an educational resource in mathematics // BlocksCAD is a scratch-like programming environment to create 3D objects, which offers a web-based interface for the open-source OpenSCAD 3D modeling software. With this tool, bodies in space are described by algorithms that include the use of a few primitives, such as prisms and spheres; geometric transformations and logical and set operations. This article introduces the resource and proposes examples of tasks that have been implemented with students in the second cycle of secondary education in Spain.

Keywords: Educational resource, Computational thinking, Geometry.

Dimensión histórica

Educational Studies in Mathematics (2020) 105:237–259
https://doi.org/10.1007/s10649-020-09988-7

Prospective secondary mathematics teachers read Clairaut: professional knowledge and original sources

Alberto Arnal-Bailera[1] · Antonio M. Oller-Marcén[2]

Accepted: 9 September 2020 / Published online: 6 October 2020

Abstract
The use of original sources is a useful resource not only to be used with secondary school students but also with prospective mathematics teachers. In this work, we designed a series of tasks based on a fragment excerpted from Clairaut's *Éléments de Géométrie* to be carried out with 24 participants enrolled on a Masters' Degree in Secondary School Mathematics Teaching. This fragment was chosen both due to its content and to its narrative structure and our main goal was to determine which elements of professional knowledge were used by prospective secondary mathematics teachers when reading this fragment. In order to do so, we used the MKT model as an analytical tool and we also assessed some aspects related to literacy skills. The prospective teachers were able to recognize mathematical and pedagogical components within the source that relate to their future practice. In addition, the participant's literacy skills seem to play a role in the richness of their reading.

Keywords Mathematics teacher training · Professional competence · Original sources · MKT · Literacy skills · Clairaut

Grupo S60_20R

'Investigación en Educación Matemática'

https://riemann.unizar.es/grupodidactica/

¡MUCHAS GRACIAS!

Instituto Universitario de Investigación
de Matemáticas
y Aplicaciones
Universidad Zaragoza

18 de marzo de 2021

Análisis numérico, optimización y aplicaciones

CONTACTO: Juan Manuel Peña Ferrández (jmpena@unizar.es)

CAMPOS DE INVESTIGACION:

- Análisis de la representación de curvas y superficies, cálculos precisos con matrices estructuradas y aplicaciones
- Problemas altamente oscilatorios, preservacion de la estructura y aplicaciones a la astrodinamica y modelizacion en oncologia
- Modelos de optimización aplicados al diseño y la gestión de sistemas complejos

Análisis de la representación de curvas y superficies, cálculos precisos con matrices estructuradas y aplicaciones

PROYECTO PGC2018-096321-B-I00:

- Juan Manuel Peña Ferrández (IP)
- Jesús Miguel Carnicer Alvarez
- Jorge Delgado Gracia
- Carmen Godés Blanco
- María Cruz López de Silanes Busto
- Esmeralda Mainar Maza
- Héctor Orera Hernández
- María Cruz Parra Lucán
- Beatriz Rubio Serrano

Análisis de la representación de curvas y superficies, cálculos precisos con matrices estructuradas y aplicaciones

- Interpolación y aproximación
- Métodos de representación y análisis de curvas y superficies
- Diseño geométrico asistido por ordenador
- Matrices estructuradas y relacionadas con la positividad o la dominancia diagonal
- Estabilidad y precisión de algoritmos numéricos

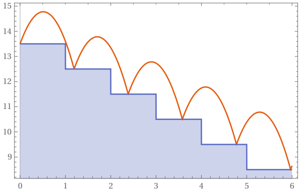
- Manuel Calvo Pinilla
- José María Franco García
- Inmaculada Gómez
- María Pilar Laburta Santamaría
- Juan Ignacio Montijano Torcal
- Luis Rández García

Métodos Runge-Kutta para la resolución de sistemas diferenciales con discontinuidades. Son del tipo

$$y'(t) = f(t, y(t)), \;\; y(t_0) = y_0 \in \mathbb{R}^m, \;\; t \in [t_0, t_f]$$

donde $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$ posee discontinuidades de salto finito, bien en la función o en sus derivadas, en una hipersuperficie definida por $g(t, y) = 0$, de manera que

$$f(t, y) = \begin{cases} f_-(t, y) \text{ si } g(t, y) < 0, \\ f_+(t, y) \text{ si } g(t, y) > 0, \end{cases}$$

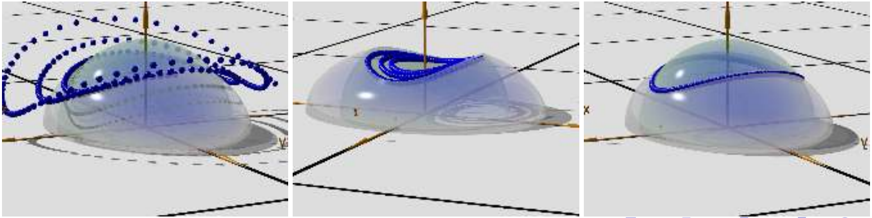


Métodos de integración con propiedades de conservación de propiedades cualitativas en EDOS.
Si consideraramos la EDO

$$y'(t) = f(y(t)) \tag{1}$$

donde $f : D \subseteq \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$ es una integral primera (invariante) $G : \hat{D} \subseteq \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$, esto implica que cada solución de (1) contenida en D satisface

$$G(y(t)) = G(y(t_0)), \ \forall t$$



- Diseño de métodos especiales para la resolución numérica de problemas altamente oscilatorios.
- Métodos numéricos para la modelización matemática de crecimiento tumoral en tratamientos de electroterapia.
- Métodos de bajo coste computacional para la integración numérica de problemas de alta dimensión preservando su estructura.

Optimización y Simulación

Optimización y simulación

- Herminia I. Calvete (FC)
- Alfredo García (FC)
- F. Javier Tejel (FC)
- Pedro M. Mateo (FC)
- Carmen Galé (EINA)
- Isolina Alberto (EINA)
- Lourdes del Pozo (FCST)
- José A. Iranzo (EUPT)

Objetivo: Estudio de modelos de optimización aplicados al diseño y la gestión de sistemas complejos

- Formulación y análisis de problemas con múltiples objetivos y múltiples niveles de decisión. Aplicación a sistemas realistas.
- Análisis de grafos geométricos y combinatorios.
- Desarrollo de algoritmos exactos y metaheurísticos.

Problemas con múltiples objetivos y múltiples niveles de decisión

- Estudio de problemas binivel y/o multiobjetivo

  En ambos tipos de problemas aparecen múltiples objetivos. La diferencia radica en la existencia o no de jerarquía en el proceso de decisión.

  En el caso multiobjetivo todos los decisores están en el mismo nivel de la jerarquía.

  En el caso binivel la región de factibilidad está definida implícitamente por otro problema de optimización.

- Aplicaciones en logística

  Problemas de diseño de redes de producción/distribución.

  Problemas de localización de instalaciones y asignación de clientes/servicios.

  Problemas de rutas.

Grafos geométricos

- Estudio de variantes para el problema de encontrar conjuntos dominantes y localizadores en redes

  Este tipo de conjuntos permite distinguir los vértices de una red bajo ciertas condiciones, y juegan un papel importante en redes donde hay que colocar de forma óptima sensores para detectar fallos en las mismas.

- Estudio de las propiedades de estructuras planas sobre 'buenos trazados', en los que las conexiones de esos trazados son curvas simples en el plano, y donde dos curvas se cortan a lo sumo una vez

  Estas estructuras tienen especial relevancia cuando se trata de construir redes con pocas intersecciones.

Desarrollo de algoritmos

- Desarrollo de algoritmos exactos
- Desarrollo de algoritmos matheurísticos

  Estos algoritmos integran modelos matemáticos y técnicas de optimización en algoritmos metaheurísticos tratando de explotar la estructura y características específicas del modelo en el diseño ad hoc del algoritmo metaheurístico.

- Procedimientos para la gestión de soluciones en algoritmos evolutivos multiobjetivo

  Desarrollo de algoritmos de ordenación Pareto que reduzcan el tiempo y número de comparaciones Pareto requeridos en el proceso de selección de un algoritmo evolutivo multiobjetivo.

Desarrollo de un modelo complejo de simulación en una UCI

- Desarrollo de un modelo complejo de simulación que permita obtener estrategias óptimas en el servicio de cuidados intensivos de un hospital

  Dichas estrategias se enfocan a obtener una mejor utilización de los recursos materiales y humanos del servicio, así como una mejor calidad asistencial de los pacientes.

Investigación en Álgebra

Grupo: estructura algebraica que describe las simetrías (o isomorfismos) de un objeto.

Investigación en Álgebra

Grupo: estructura algebraica que describe las simetrías (o isomorfismos) de un objeto.

Por ejemplo:

- Simetrías de un polígono.
- Grupo de Galois de una extensión de cuerpos.
- Simetrías de una teselación.
- Simetrías de un espacio topológico.

Investigación en Álgebra

Grupo: estructura algebraica que describe las simetrías (o isomorfismos) de un objeto.

Por ejemplo:

- Simetrías de un polígono.
- Grupo de Galois de una extensión de cuerpos.
- Simetrías de una teselación.
- Simetrías de un espacio topológico.

Así se pueden relacionar las propiedades del grupo con las propiedades del objeto a estudiar.

Investigación en Álgebra

Por ejemplo, en Teoría de Galois se relaciona la resolubilidad de un grupo con la resolubilidad por radicales de un polinomio.

Investigación en Álgebra

Por ejemplo, en Teoría de Galois se relaciona la resolubilidad de un grupo con la resolubilidad por radicales de un polinomio.

De forma análoga, entender el grupo de simetrías de un objeto nos permite entender mejor el objeto mismo (y a la inversa).

Investigación en Álgebra

Por ejemplo, en Teoría de Galois se relaciona la resolubilidad de un grupo con la resolubilidad por radicales de un polinomio.

De forma análoga, entender el grupo de simetrías de un objeto nos permite entender mejor el objeto mismo (y a la inversa).

Así, mediante acciones de grupos en espacios topológicos se puede definir la noción de dimensión de un grupo, condiciones de finitud, ver al grupo mismo como un espacio métrico o topológico, etc...

Investigación en Álgebra

En muchas ocasiones, estos grupos de simetrías son también variedades diferenciales (grupos ortogonales, simplécticos, ...), obteniendo así los **grupos de Lie**.

Investigación en Álgebra

En muchas ocasiones, estos grupos de simetrías son también variedades diferenciales (grupos ortogonales, simplécticos, ...), obteniendo así los **grupos de Lie**.

Los *campos vectoriales invariantes* de un grupo de Lie forman un **álgebra de Lie**: espacio vectorial $\mathfrak{g}$ dotado de una aplicación bilineal $\mathfrak{g} \times \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$: $(x, y) \mapsto [x, y]$ verificando:

- $[x, x] = 0 \ \forall x \in \mathfrak{g}$ (anticonmutatividad),
- $[[x, y], z] + [[y, z], x] + [[z, y], x] = 0$ (identidad de Jacobi).

Investigación en Álgebra

En muchas ocasiones, estos grupos de simetrías son también variedades diferenciales (grupos ortogonales, simplécticos, ...), obteniendo así los **grupos de Lie**.

Los *campos vectoriales invariantes* de un grupo de Lie forman un **álgebra de Lie**: espacio vectorial $\mathfrak{g}$ dotado de una aplicación bilineal $\mathfrak{g} \times \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$: $(x, y) \mapsto [x, y]$ verificando:

- $[x, x] = 0 \ \forall x \in \mathfrak{g}$ (anticonmutatividad),
- $[[x, y], z] + [[y, z], x] + [[z, y], x] = 0$ (identidad de Jacobi).

Las álgebras de Lie forman una de las variedades más importantes de **álgebras no asociativas**.

Investigación en Álgebra

La otra variedad más importante de álgebras no asociativas son las **álgebras de Jordan**.

Investigación en Álgebra

La otra variedad más importante de álgebras no asociativas son las **álgebras de Jordan**.

El ejemplo crucial es el espacio vectorial de *operadores autoadjuntos* (matrices simétricas) en un espacio de Hilbert, con el producto $x \bullet y = xy + yx$.

Investigación en Álgebra

La otra variedad más importante de álgebras no asociativas son las **álgebras de Jordan**.

El ejemplo crucial es el espacio vectorial de *operadores autoadjuntos* (matrices simétricas) en un espacio de Hilbert, con el producto $x \bullet y = xy + yx$.

Los operadores autoadjuntos son los *observables* en la mecánica cuántica. La búsqueda de otras álgebras con propiedades parecidas que pudieran servir dio origen a la teoría de estas álgebras, que luego se han aplicado en otros campos, como la Geometría Diferencial (espacios simétricos) y las álgebras de Lie.

Investigación en Álgebra

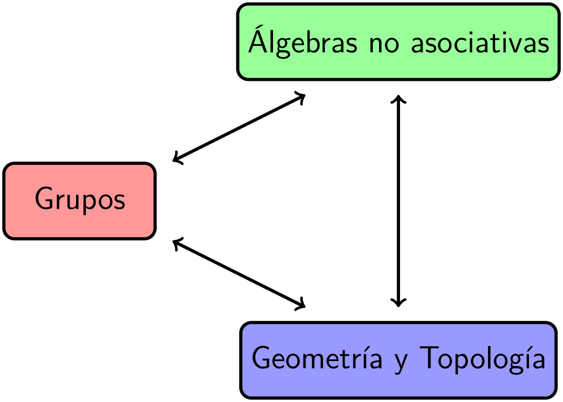
La otra variedad más importante de álgebras no asociativas son las **álgebras de Jordan**.

El ejemplo crucial es el espacio vectorial de *operadores autoadjuntos* (matrices simétricas) en un espacio de Hilbert, con el producto $x \bullet y = xy + yx$.

Los operadores autoadjuntos son los *observables* en la mecánica cuántica. La búsqueda de otras álgebras con propiedades parecidas que pudieran servir dio origen a la teoría de estas álgebras, que luego se han aplicado en otros campos, como la Geometría Diferencial (espacios simétricos) y las álgebras de Lie.

Problemas en Física han motivado también el estudio de las versiones súper: superálgebras de Lie y Jordan.

Investigación en Álgebra



Grupo de investigación en Teoría de Grupos

Miembros: Conchita Martínez Pérez,
Paz Jiménez Seral,
Rubén Blasco García
y colaboradores del grupo de Geometría y Topología de la Universidad de Zaragoza, del CSIC, y de universidades como las de Valencia, Pública de Navarra, Milano-Bicocca en Italia, Campihnas en Brasil, Dijon en Francia y otras de Reino Unido.

Estudiantes: Alberto Casella,
Simone Blumer.
(Ambos en cotutela con Thomas Weigel, de la Universidad de Milano-Bicocca.)

Grupo de investigación en Álgebras No Asociativas

Miembros: Alberto Elduque,
Fernando Montaner,
Adrián Rodrigo Escudero,
Alejandra S. Córdova Martínez,
colaboradores en las universidades de Oviedo,
La Rioja, Pública de Navarra, Málaga
y en un buen número de universidades de otros países
(USA, Canadá, Brasil, China, Francia, Portugal, ...)

Estudiante: Alberto Daza.

Grupo de Investigación Álgebra y Geometría
Investigación en Geometría

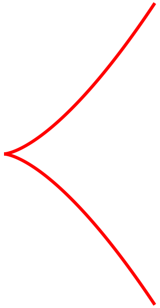
IUMA

Jornadas Presentación Investigación
18 de marzo 2021

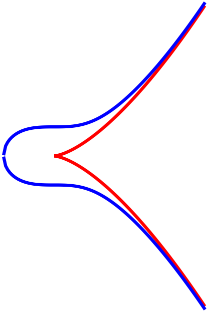
Grupo Singular

- Geometría Algebraica
- Teoría de Singularidades
- Topología Geométrica, Teoría de Grupos, Variedades complejas
- Aritmética: Criptografía
- Computación
- Sistemas Dinámicos*

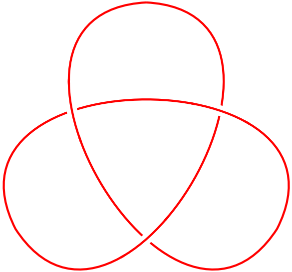
$$f_t(x, y) = y^2 - x^3 + t \in \mathbb{R}[x, y]$$



$$f_t(x, y) = y^2 - x^3 + t \in \mathbb{R}[x, y]$$



$$f_t(x,y) = y^2 - x^3 + t \in \mathbb{C}[x,y]$$



$$\{f_0(x,y)=0\} \cap \{(x,y) \in \mathbb{C}^2 \mid |x|^2+|y|^2 = \varepsilon^2\}$$

$$f_t(x, y) = y^2 - x^3 + t \in \mathbb{K}[x, y]$$

Criptografía

Aritmética

$\mathbb{K}$ finito

$$f_t(x,y) = y^2 - x^3 + t \in \mathbb{K}[x,y]$$

Computación

Experimentación

Programación

`Sagemath, Python`

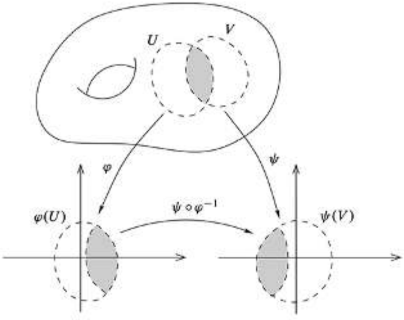
$\mathbb{K} = \mathbb{C}$, cuerpo de números o finito

Datos

- **Miembros**: C. Alquézar (doctorando), E. Artal, M. Avendaño (CUD), R. Blasco, J.I. Cogolludo, Á. Lozano* (CUD), M.T Lozano, M.Á. Marco, J. Martín (CUD), A. Rodau (doctorando)
- 11 doctorados
- Coordinados con Universidad Complutense y Basque Center of Applied Mathematics
- **Internacionalización:** Alemania, Bélgica, Estados Unidos, Francia, Hungría, Japón, México, Rumanía.

Geometría diferencial compleja y aplicaciones en física matemática

- Variedades diferenciables / complejas (espacios topológicos que pueden cubrirse por copias de abiertos de $\mathbb{R}^n$ ó $\mathbb{C}^n$ que se "pegan bien"



Geometría diferencial compleja y aplicaciones en física matemática

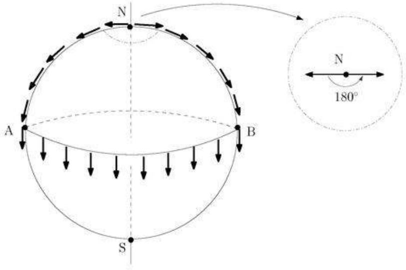
- Variedades diferenciables / complejas (espacios topológicos que pueden cubrirse por copias de abiertos de $\mathbb{R}^n$ ó $\mathbb{C}^n$ que se "pegan bien"
- Análisis (real ó complejo), Geometría, Topología y Álgebra (tensorial, homológica, álgebras, grupos,...). Optativa **Variedades diferenciables** (4° curso).
- Ejemplos: superficies estudiadas en **Geometría de curvas y superficies** (3° curso), esferas S^n (proyección estereográfica).

Geometría diferencial compleja y aplicaciones en física matemática

- Variedades diferenciables / complejas (espacios topológicos que pueden cubrirse por copias de abiertos de $\mathbb{R}^n$ ó $\mathbb{C}^n$ que se "pegan bien"
- Análisis (real ó complejo), Geometría, Topología y Álgebra (tensorial, homológica, álgebras, grupos,...). Optativa **Variedades diferenciables** (4° curso).
- Ejemplos: superficies estudiadas en **Geometría de curvas y superficies** (3° curso), esferas S^n (proyección estereográfica).
- $\mathbb{CP}^n$ (conexión con grupo Singular)
- Los grupos de Lie G, las álgebras de Lie $\mathfrak{g}$ son espacios tangentes en el elemento identidad $e \in G$ (conexiones Álgebras no asociativas y Grupos).

Variedades de Riemann

- Gauss $\longrightarrow$ variedades diferenciables de cualquier dimensión: distancias, volúmenes, geodésicas (camino más corto entre dos puntos), transporte paralelo de vectores tangentes a lo largo de caminos, curvatura de la variedad en cada punto, ...
- **Variedades o métricas Einstein:** $Ric = \lambda\, g$, g métrica, Ric tensor de curvatura de Ricci.
- **Grupo de holonomía:** transporte paralelo de vectores tangentes a lo largo de caminos cerrados $\longrightarrow$ grupo de holonomía.



Variedades de Riemann

- Gauss $\longrightarrow$ variedades diferenciables de cualquier dimensión: distancias, volúmenes, geodésicas (camino más corto entre dos puntos), transporte paralelo de vectores tangentes a lo largo de caminos, curvatura de la variedad en cada punto, ...
- **Variedades o métricas Einstein:** $Ric = \lambda\, g$, g métrica, Ric tensor de curvatura de Ricci.
- **Clasificación de Berger** (1955): **7 casos** posibles **grupos de holonomía** de una variedad de Riemann. Destacamos los dos siguientes:
  - $\mathbf{Hol} = \mathbf{SU}(n)$; dimensión de $M = 2n$: **variedades de Calabi–Yau** (Ricci llanas y Kähler)
  - $\mathbf{Hol} = \mathbf{G}_2$; dimensión de $M = 7$: **variedades** $\mathbf{G}_2$ (Ricci llanas).

  De aquí surgen estructuras más generales: $\mathrm{SU}(n)$-estructuras y G_2-estructuras (tienen un producto vectorial en dimensión 7).

Líneas específicas

1. **Construcción de variedades con estructuras geométricas de estos tipos (por ejemplo, estructuras complejas con métricas con curvatura especial). Propiedades métricas y cohomológicas.**
2. **Flujos geométricos: flujo y coflujo Laplacianos en G_2-variedades, flujos Hermíticos en variedades complejas.**
3. **Aplicaciones física matemática: sistema de Strominger en teoría de cuerdas heterótica ($\mathbf{10 = 4+6 = 3+7}$).**

- Miembros: Víctor Manero, Antonio Otal, Luis Ugarte y Raquel Villacampa.
- Coordinados con Universidad Politécnica de Madrid y Universidad del País Vasco.
- Internacionalización: Alemania, Argentina, Bulgaria, Estados Unidos, Francia e Italia.

Instituto Universitario de Investigación
de Matemáticas
y Aplicaciones
Universidad Zaragoza

APEDIF

Aplicación de Ecuaciones DIFerenciales

- 21 miembros (4 CU, 11 TU, 4 PCD, 1 PAyD, 1 predoctoral)
- Fac. Ciencias, EINA, CUD
  - ♣ Astrodinámica
  - ♣ Biomatemáticas
  - ♣ Modelización y simulación en Materiales Avanzados
  - ♣ Desarrollo de herramientas numéricas para la ingeniería

Proyectos competitivos

ESP2017-87113-R	PGC2018-096026-B-I00,
MTM2016-75139-R	PGC2018-099536-A-I00
PID2019-105574GB-I00	PID2019-108111RB-I00
PID2019-104347RB-I00	CA15202 (Acción Cost H-2020)
UZCUD2019- CIE-04	

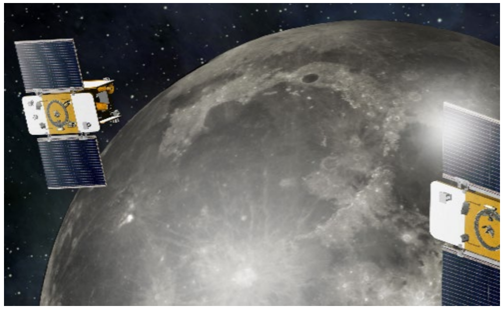
Artículos indexados:

2020	**26**
2021	**9**

Actividades de investigación IUMA (UNIZAR)

About us

GME (Grupo de Mecánica Espacial)



GME es un subgrupo del **IUMA (Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones)** de la **Universidad de Zaragoza**, cuya investigación se centra en la **Mecánica Celeste** y **Astrodinámica**.

¿Qué?

Nuestra investigación está focalizada en el **diseño y determinación orbital** de de satélites artificiales y cuerpos celestes. Los proyectos de investigación del grupo están orientados al desarrollo y aplicación de distintas técnicas analíticas y numéricas propias de los sistemas dinámicos para estudiar la dinámica orbital estos objetos.

¿Cómo?

- Modelado físico del problema mediante EDOs.
- Análisis cualitativo del problema (existencia y estabilidad de órbitas periódicas).
- Propagación numérica de los modelos orbitales (Runge-Kutta).
- Herramientas ad-hoc para búsqueda de órbitas particulares.
- Determinación orbital mediante aplicación de problemas de optimización.
- Desarrollo de software en C, Matlab, y Mathematica.

¿Quién?

La mayoría de los investigadores del grupo somos matemáticos o físicos de la Universidad de Zaragoza y del Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza, en colaboración con otras entidades nacionales y extranjeras como la Universidad de Valladolid, Universidade Federal de São Paulo (Brasil), Texas A&M University (USA), University of Namur (Belgium), etc.

Universidad Zaragoza

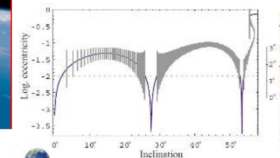
Contacto: Antonio Elipe elipe@unizar.es; Eva Tresaco etresaco@unizar.es

GME (Grupo de Mecánica Espacial)

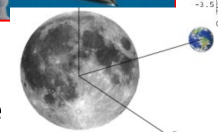
Diseño orbital
Determinación orbital para satisfacer los requerimientos de la misión.

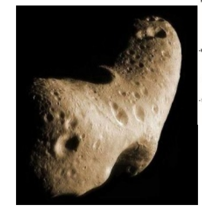
FAMILIAS DE ÓRBITAS PERIÓDICAS Y ESTABILIDAD ORBITAL

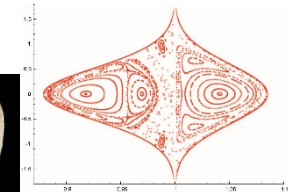
Cálculo de órbitas congeladas



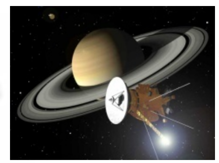
Problema de n-cuerpos

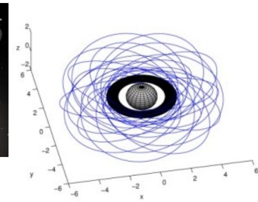




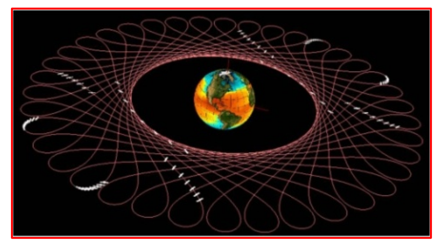


Movimiento orbital alrededor de cuerpos celestes

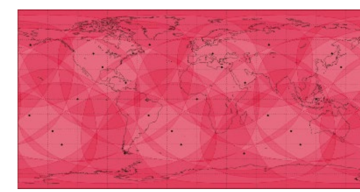




CONSTELACIONES DE SATÉLITES



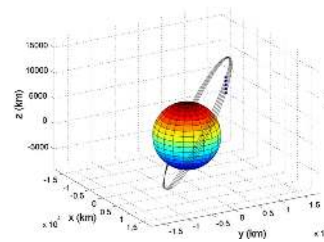
Diseño de constelaciones basadas en la teoría de las Flower Constellations



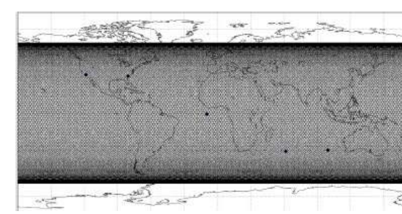
Galileo usando el diseño Lattice FC

Aplicación a constelaciones de Observación de la Tierra

Herramientas de optimización



Constelación en tandem



Constelación en 3 órbitas inerciales

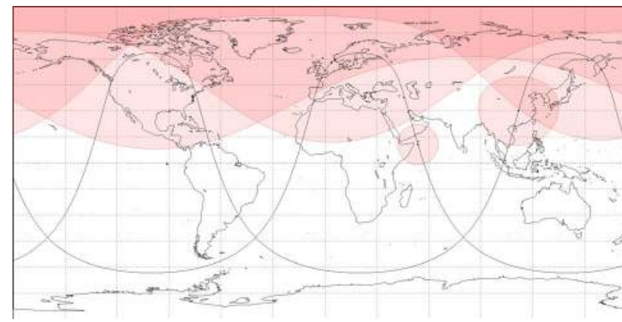
Universidad Zaragoza

CONSTELACIONES DE SATÉLITES

Líneas de trabajo

Teoría de diseño basada en propiedades de simetría (teoría de números).

- Nuevos desarrollos que permiten una mayor flexibilidad de diseño (incorporación de nuevos parámetros).
- Dualidad en el diseño en los sistemas de referencia ECEF and ECI (más facilidad para implementar los requerimientos de misión)
- Estudios sobre el efecto de las perturbaciones en el movimiento orbital (diseño sin colisiones, diseños con buen comportamiento a largo plazo).
- Estudios sobre las ventajas de las simetrías de la teoría (diseños con comunicaciones regulares, cobertura y tiempos de revisita uniformes).



Constelación ótima en cobertura de USA, Europa y Japón

Diseño de mega constelaciones para telecomunicaciones

Diseño de misiones de observación de la Tierra optimizando las regiones de cobertura

GME (Grupo de Mecánica Espacial)

FAMILIAS DE ÓRBITAS PERIÓDICAS Y ESTABILIDAD ORBITAL

Líneas de trabajo

Estudio de un tipo de órbitas (congeladas) de interés para misiones de reconocimiento y observación.

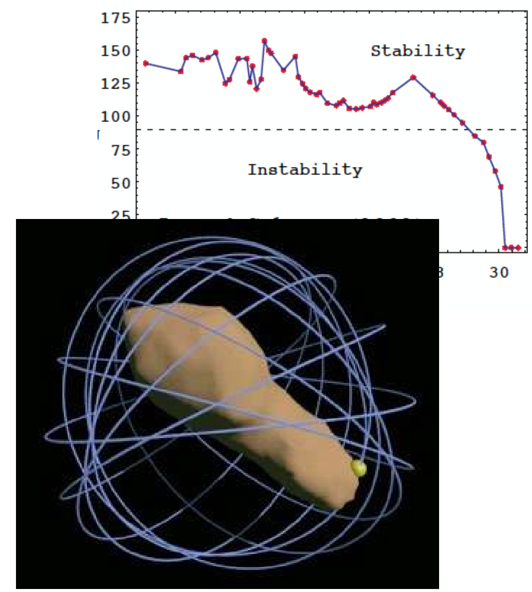
- Tratamiento de las perturbaciones del movimiento mediante teorías analíticas y herramientas de optimización.
- Aplicación al caso de la Luna y de Mercurio (vela solar).

Dinámica alrededor de asteroides.

- Modelos matemáticos que aproximen la forma del asteroide (varilla, dipolo, elipsoide).
- Estudio del movimiento orbital mediante técnicas de sistemas dinámicos (puntos de equilibrio, órbitas periódicas, estabilidad y toros invariantes).

Herramientas de cálculo de órbitas congeladas para distintos modelos dinámicos

Batería de órbitas de proximidad para la exploración de estos cuerpo celestes



Trayectoria alrededor del asteroide Toutatis (Scheeres 2012)

Universidad Zaragoza

Contacto: Antonio Elipe elipe@unizar.es; Eva Tresaco etresaco@unizar.es

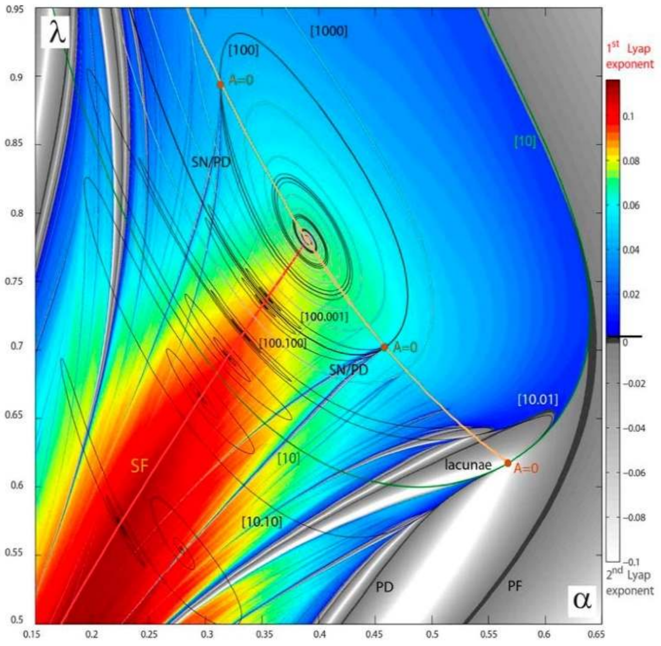
COmputational DYnamics (CODY) group

http://cody.unizar.es

¡¡ COTILLEAR ES GRATUITO !!

SISTEMAS DINÁMICOS

Estudio de bifurcaciones, Estructura global



Nuevas técnicas en sistemas dinámicos: estimadores de caos, nuevas bifurcaciones, …

Métodos numéricos:

Software libre: solución de EDOs con muy alta precisión (miles de dígitos de precisión)

Métodos de optimización: tratamiento de imágenes

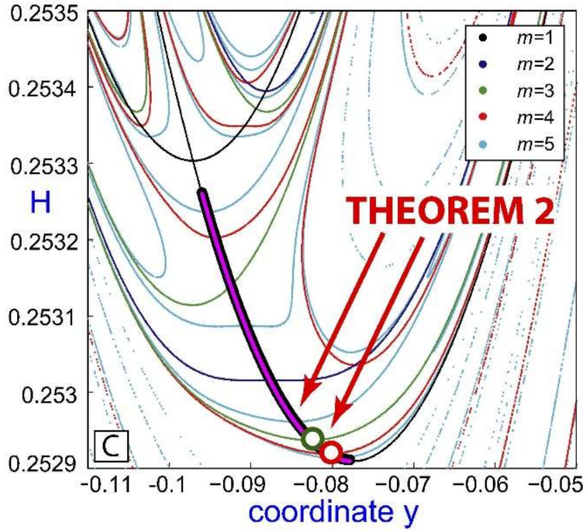
Algebra lineal numérica

Machine learning: Redes neuronales SNN, RNN

Demostraciones asistidas por ordenador (CAP):

Teoremas sobre existencia de invariantes

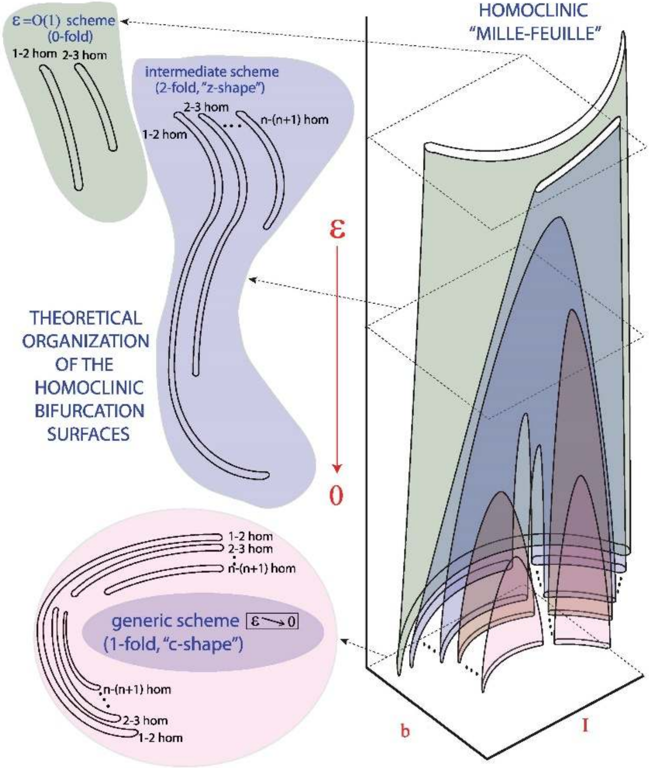
Topología computacional, aritmética intervalar



Aplicaciones en BIOmatemáticas

Modelos de neuronas:

Estudio de la estructura matemática: Estructura global

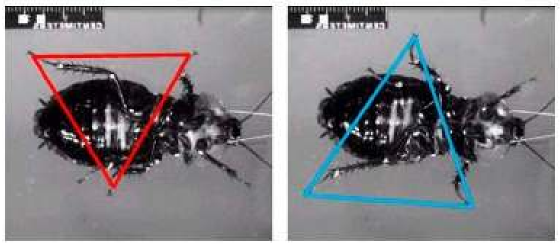


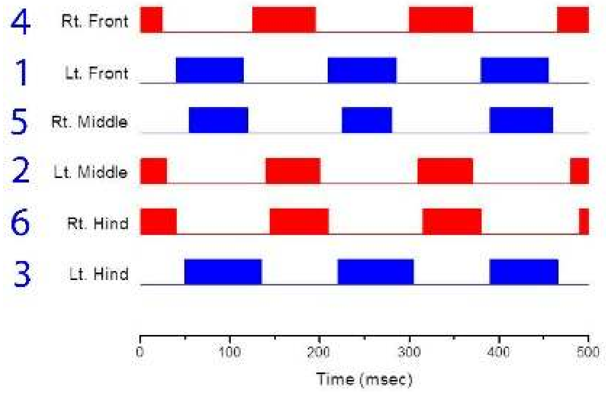
Explicación matemática de fenómenos experimentales

CPGs y cerebro:

Patrones y estados de sincronización:
Parkinson, epilepsia, …

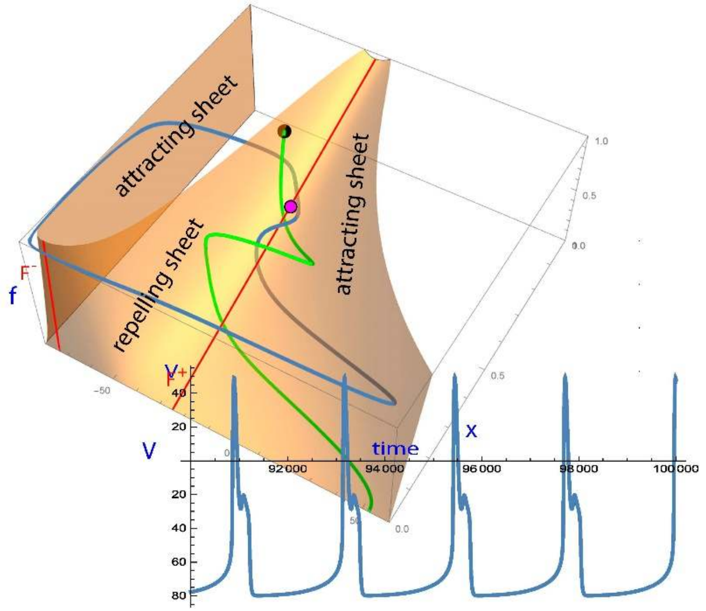
Movimiento de robots hexápodos





Dinámica del corazón:

Explicación matemática de arritmias cardiacas.



Localización y estudio teórico de nuevas estructuras en sistemas excitables tipo fast-slow

Contacto: http://cody.unizar.es
Roberto Barrio, 3ª Planta Edif. Matemáticas

Grupo de investigación de la DGA: Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales

J.L. Gracia
jlgracia@unizar.es

Instituto Universitario de Investigación en Matemáticas y Aplicaciones (IUMA)
Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Zaragoza

Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales

A qué nos dedicamos?

Aproximación numérica de EDP en las que la solución presenta ciertas singularidades:

1. Problemas de convección difusión con convección dominante

$$u_t - \varepsilon \Delta u + \mathbf{a} \cdot \nabla u + bu = f, \quad 0 < \varepsilon \ll 1.$$

2. Problemas con difusión anómala. ED de orden fraccionario.

$$D_t^{\delta} g(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\delta)} \int_{s=0}^{t} (t-s)^{-\delta} g'(s)\, ds \;\; 0 < \delta < 1.$$

Aplicaciones: Dinámica de fluidos, teoría de semiconductores, transporte en plasma, reacciones químicas, modelos económicos, materiales viscoelásticos, etc.

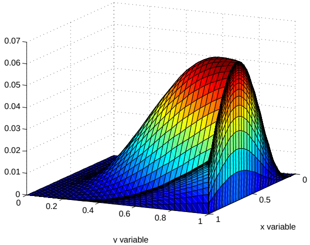


Figure: Problema con convección dominante

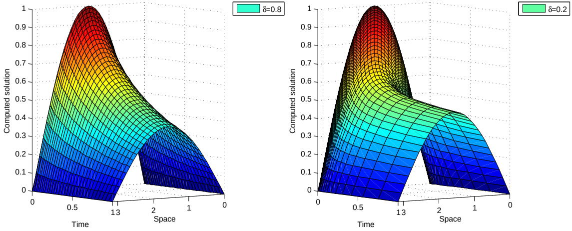


Figure: Ecuación del calor fraccionaria $D_t^\delta u = u_{xx}$

Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales

Perspectiva teórica

- Comportamiento de la solución.
- Construcción de esquemas numéricos y análisis de la convergencia

Perspectiva aplicada:

Colaboración con el grupo multidisciplinar de investigación de Hidráulica Computacional (Área de Mecánica de Fluidos):

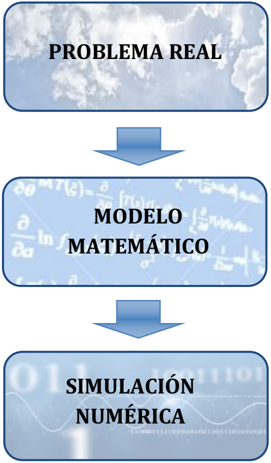
- Modelización y simulación.

  https://youtu.be/ld14XML3anM?list=TLGG3vMDVQJ-0YUwNzAzMjAyMQ

- Proyectos con instituciones públicadas y empresas privadas

Contacto: José Luis Gracia (jlgracia@unizar.es)

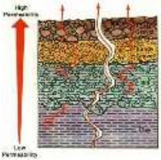
Simulación numérica de procesos y fenómenos físicos



- Aplicaciones en Medios Porosos
- Modelos basados en Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDPs)
- Simulación numérica:
  - Discretización de las EDPs (Método de Elementos Finitos, Volúmenes Finitos, Análisis Isogeométrico,. . .)
  - Resolución eficiente de los grandes sistemas de ecuaciones

Contacto: Carmen Rodrigo (carmenr@unizar.es), Francisco Gaspar (fjgaspar@unizar.es) y Etelvina Javierre (etelvina.javierre@unizar.es)

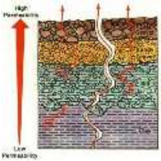
Medios Porosos



Un medio poroso o un material poroso es un material que contiene una red de poros interconectados por los que fluye uno o varios fluidos

Medios Porosos

Un medio poroso o un material poroso es un material que contiene una red de poros interconectados por los que fluye uno o varios fluidos



APLICACIONES

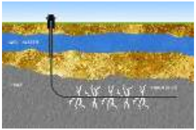
Ingeniería del Petróleo

Bioingeniería

Ingeniería sísmica

Almacenamiento de CO2

Fracking



Células animales

Medios Porosos Deformables

Ecuación de equilibrio: $\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}' - \alpha \nabla p = \rho \mathbf{g}, \quad \text{en}\, \Omega,$

Ley de Hooke generalizada: $\boldsymbol{\sigma}' = \lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\epsilon}, \quad \text{en}\, \Omega,$

Ecuación de compatibilidad: $\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t), \quad \text{en}\, \Omega.$

Ley de Darcy: $\mathbf{w} = -\dfrac{1}{\mu_f} K(\nabla p - \rho_f \mathbf{g}), \quad \text{en}\, \Omega,$

Ecuación de continuidad: $\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{1}{M} p + \alpha \nabla \cdot \mathbf{u}\right) + \nabla \cdot \mathbf{w} = f, \quad \text{en}\, \Omega.$

- λ and μ: Coeficientes de Lamé
- α: Constante de Biot-Willis y M: Módulo de Biot
- K: Permeabilidad del medio poroso y ρ: densidad del sólido
- μ_f: viscosidad del fluido y ρ_f: densidad del fluido
- $\mathbf{u}$: vector de desplazamientos y p: presión en los poros
- $\boldsymbol{\sigma}'$ y $\boldsymbol{\epsilon}$: tensores de tensión efectiva y deformación
- $\mathbf{w}$: velocidad del fluido relativa al sólido
- f: proceso de extracción o inyección de fluido y $\mathbf{g}$: gravedad

Medios Porosos Deformables

Ecuación de equilibrio: $\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}' - \alpha \nabla p = \rho \mathbf{g}, \quad \text{en}\, \Omega,$

Ley de Hooke generalizada: $\boldsymbol{\sigma}' = \lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\epsilon}, \quad \text{en}\, \Omega,$

Ecuación de compatibilidad: $\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t), \quad \text{en}\, \Omega.$

Ley de Darcy: $\mathbf{w} = -\dfrac{1}{\mu_f} K(\nabla p - \rho_f \mathbf{g}), \quad \text{en}\, \Omega,$

Ecuación de continuidad: $\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{1}{M} p + \alpha \nabla \cdot \mathbf{u}\right) + \nabla \cdot \mathbf{w} = f, \quad \text{en}\, \Omega.$

Medios Porosos Deformables

Ecuación de equilibrio: $\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}' - \alpha \nabla p = \rho \mathbf{g}, \quad \text{en } \Omega,$

Ley de Hooke generalizada: $\boldsymbol{\sigma}' = \lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\epsilon}, \quad \text{en } \Omega,$

Ecuación de compatibilidad: $\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t), \quad \text{en } \Omega.$

Ley de Darcy: $\mathbf{w} = -\dfrac{1}{\mu_f} K(\nabla p - \rho_f \mathbf{g}), \quad \text{en } \Omega,$

Ecuación de continuidad: $\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{1}{M} p + \alpha \nabla \cdot \mathbf{u}\right) + \nabla \cdot \mathbf{w} = f, \quad \text{en } \Omega.$

Medios Porosos Deformables

Ecuación de equilibrio: $\quad \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}' - \alpha \nabla p = \rho \mathbf{g}, \quad \text{en}\, \Omega,$

Ley de Hooke generalizada: $\quad \boldsymbol{\sigma}' = \lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\epsilon}, \quad \text{en}\, \Omega,$

Ecuación de compatibilidad: $\quad \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t), \quad \text{en}\, \Omega.$

Ley de Darcy: $\quad \mathbf{w} = -\dfrac{1}{\mu_f} K(\nabla p - \rho_f \mathbf{g}), \quad \text{en}\, \Omega,$

Ecuación de continuidad: $\quad \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{1}{M} p + \alpha \nabla \cdot \mathbf{u}\right) + \nabla \cdot \mathbf{w} = f, \quad \text{en}\, \Omega.$

Medios Porosos Fracturados

blogs.agu.org

Outcrop in the Sotra island

(Flemisch et al. 2018)

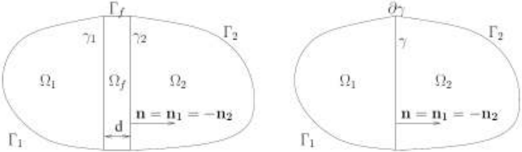
Medios Porosos Fracturados

blogs.agu.org

Outcrop in the Sotra island

(Flemisch et al. 2018)

Modelos Reducidos de fracturas



- Ley de Darcy en los subdominios

  $$\mathbf{u}_i = -K_i \nabla p_i, \quad \operatorname{div} \mathbf{u}_i = q_i, \quad \text{en } \Omega_i,\ i = 1, 2,$$

  con $p_i = 0$ en $\partial\Omega_i$, $i = 1, 2$.

- Ley de Darcy en la fractura

  $$\mathbf{u}_\gamma = -K_{f,\tau}\, d\, \nabla_\tau p_\gamma, \ \operatorname{div}_\tau \mathbf{u}_\gamma = q_\gamma + (\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{n}_1 + \mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{n}_2), \ \text{en } \gamma,$$

  con $p_\gamma = 0$ en $\partial\gamma$.

- Condición de interfaz

  $$\alpha_\gamma\, p_i = \alpha_\gamma\, p_\gamma + (\xi\, \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n}_i - (1-\xi)\, \mathbf{u}_{i+1} \cdot \mathbf{n}_{i+1}), \ \text{en } \gamma,\ i = 1, 2,$$

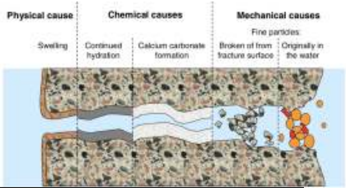
  donde $\alpha_\gamma = \frac{2K_{f,n}}{d}$, $\xi \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$, y $i + 1 = 1$ si $i = 2$.

Otras Aplicaciones en Medios Porosos

Desarrollo de modelos matemáticos y esquemas numéricos para el estudio de procesos de transporte y reacción química en medios porosos, con aplicaciones en:

- Cementos autorreparables
- Polímeros superabsorbentes, esferoides multicelulares

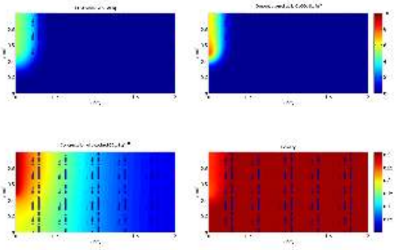
Mecanismos de autorreparación



Ej: $Ca(OH)_2 + CO_2 \rightarrow CaCO_3 + H_2O$

- evaluación de condiciones (humedad, temperatura, ciclos immersión, ...)
- evaluación de capacidad de reparación (permeabilidad, porosidad)

Ecuaciones de conservación de masa (fluido, especies químicas)



Simulación numérica

Simulación numérica de modelos basados en EDPs

Simulación numérica

Simulación numérica de modelos basados en EDPs

DISCRETIZACIÓN de EDPs

- Aproximar las EDPs por medio de ecuaciones algebraicas que involucran un número finito de incógnitas
- Método de Elementos Finitos, Volúmenes Finitos, Análisis Isogeométrico,...

Simulación numérica

Simulación numérica de modelos basados en EDPs

DISCRETIZACIÓN de EDPs

- Aproximar las EDPs por medio de ecuaciones algebraicas que involucran un número finito de incógnitas
- Método de Elementos Finitos, Volúmenes Finitos, Análisis Isogeométrico,...

RESOLUCIÓN DE GRANDES SISTEMAS DE ECUACIONES!!

MÉTODOS DIRECTOS

- No adecuados para sistemas *sparse*
- No aplicables para sistemas extremadamente grandes

MÉTODOS ITERATIVOS

- Coste computacional aceptable
- Métodos iterativos clásicos
- Métodos basados en subespacios de Krylov
- MÉTODOS MULTIMALLA

Simulación numérica

Simulación numérica de modelos basados en EDPs

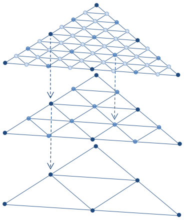
DISCRETIZACIÓN de EDPs

- Aproximar las EDPs por medio de ecuaciones algebraicas que involucran un número finito de incógnitas
- Método de Elementos Finitos, Volúmenes Finitos, Análisis Isogeométrico,...

RESOLUCIÓN DE GRANDES SISTEMAS DE ECUACIONES!!

MÉTODOS MULTIMALLA

- Robusto: Convergencia independiente de los parámetros de discretización
- Eficiente: Coste computacional óptimo



Aproximación asintótica y funciones especiales

Ester Pérez Sinusía
ester.perez@unizar.es

Departamento de Matemática Aplicada, IUMA, Universidad de Zaragoza
GRUPO: Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales (APEDIF)

Nuestro interés

- Aproximar soluciones de problemas de interés en matemáticas, física, ingeniería, y ciencia en general.
- En muchas ocasiones, estos problemas se presentan en la forma de integrales, ecuaciones diferenciales, ecuaciones en derivadas parciales.
- Muchas veces las soluciones resultan ser funciones especiales.

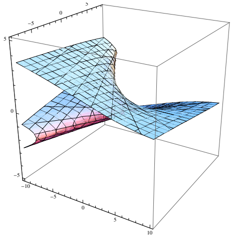
¿Qué hacemos?

- Diseñar técnicas de aproximación en forma de series convergentes o divergentes.
- Aproximaciones en términos de funciones elementales o lo más sencillas posibles.

Ecuaciones diferenciales

$$U'''' - zU'' - iyU' + xU = 0, \quad U(x,y,z) \sim \frac{e^{f(x,y,z)}}{z^{3/8}}, \quad z \to \infty$$

- $U(x,y,z)$ es una *catastrophe integral*, $f(x,y,z)$ función elemental.
- Teoría de las catástrofes: aplicaciones en óptica, conexión entre óptica de rayos y la óptica de ondas, acústica, reflexión de pulsos de ultrasonido y guías de ondas acústicas, mecánica cuántica, conexiones semiclásicas entre órbitas clásicas y funciones de onda cuánticas.

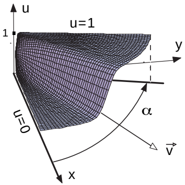


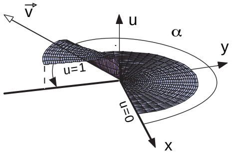
Ecuaciones en derivadas parciales

$$\begin{cases} -\varepsilon \triangle U + \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{\nabla} U = 0 \quad \text{en} \;\; \Omega, \\ U(r,0) = 0, \quad U(r,\alpha) = 1 \quad r > 0, \end{cases}$$

$$U(r,\theta) \sim \operatorname{erfc}\sqrt{r(1-\cos(\alpha-\theta))/(2\varepsilon)}, \quad \varepsilon \to 0$$

- $U(r,\theta)$ solución problema de contorno con perturbación singular.
- $\varepsilon \to 0$, coef. $\triangle U$ muy pequeño: U es 0 cerca de $\theta = 0$, 1 cerca de $\theta = \alpha$ y experimenta transición continua y rápida entre una y otra.
- Aplicaciones en problemas de fluidos, elasticidad.

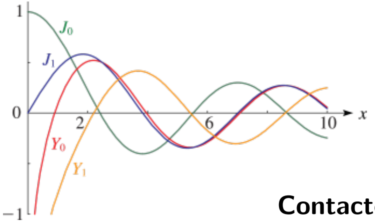




Integrales

$$J_\nu(z) = \frac{2(z/2)^\nu}{\sqrt{\pi}\Gamma(\nu+1/2)} \int_0^1 (1-t^2)^{\nu-1/2} \sin(zt)dt$$
$$\sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos\left(z - \frac{1}{2}\pi\nu - \frac{\pi}{4}\right), \quad z \to \infty.$$

- $J_\nu(z)$ es una función de Bessel, z es la variable radial.
- Aplicaciones en problemas de mecánica cuántica con potenciales con simetría cilíndrica.



Contacto: ester.perez@unizar.es