CÁLCULO NUMÉRICO
Práctica 2. Ecuaciones y sistemas no lineales

Objetivos generales

Con esta práctica se pretende complementar los contenidos teórico–prácticos ya explicados al alumno sobre la resolución numérica de ecuaciones y sistemas de ecuaciones no lineales. Se experimenta con los distintos métodos estudiados para ver sus características. Se analiza la influencia de la eleccción del punto inicial de arranque y del criterio de parada considerado en la programación del método.
También se trata el método de Bairstow para la resolución numérica de ecuaciones polinómicas.

Ejercicios propuestos

1. Considerar la función $f(x) = x^2 - 1$ en el intervalo $[0.5, 5]$.
   (a) ¿Existe solución de la ecuación $f(x) = 0$ en dicho intervalo? ¿Es única?
   (b) Determinar el número de iteraciones del método de bisección que son necesarias para garantizar que la solución obtenida b_n cumpla
   $$|r - b_n| < 10^{-5},$$
   siendo r la solución exacta de la ecuación.
   (c) Ejecutar la aplicación **bisec** y comprobar la veracidad de las respuestas dadas.

2. ¿Qué ocurriría si aplicásemos el método de bisección a la función $f(x) = 1/(x - 2)$ con x en el intervalo $[3, 7]$? ¿Y en el intervalo $[1, 7]$?

   Ejecutar la aplicación **bisec** y contrastar vuestras respuestas con los resultados obtenidos.

3. La ecuación $f(x) = x^2 - 2x - 3 = 0$ se puede escribir en las formas siguientes:
   $$\text{(a)}\quad x = \sqrt{2x+3}, \qquad \text{(b)}\quad x = \frac{3}{x-2}, \qquad \text{(c)}\quad x = \frac{x^2-3}{2}.$$
   Ejecutando la aplicación **itfunc**, estudiar su comportamiento al resolverla por un método de iteración funcional tomando $x_0 = 4$.

4. Se quieren calcular, utilizando el método de iteración funcional, puntos fijos de las siguientes funciones:
   (a) $g(x) = 1 + \dfrac{2}{x}$, con $x_0 = 4$;
   (b) $g(x) = \dfrac{x^2}{3}$ con $x_0 = 3.02$;

(c) $g(x) = 2 + 2x - x^2$ con $x_0 = 2.5$;

(d) $g(x) = 3\sqrt{x - 2.25}$ con $x_0 = 4.4$.

Ejecutar la aplicación **itfunc2** y estudiar el comportamiento del método en cada caso.

5. Calcular los puntos fijos de la función $g(x) = 0.4 + x - 0.1x^2$. Ejecutar la aplicación **itfunc2** con distintos puntos iniciales para tratar de conseguir la convergencia del método a cada uno de los puntos fijos de la función.

6. Se quieren calcular las soluciones de la ecuación $f(x) = 0$ utilizando el método de Newton–Raphson, siendo:

   (a) $f(x) = \arctan x$, con $x_0 = 1$ y $x_0 = 2$;

   (b) $f(x) = 250x^6 - 1060x^4 + 1130x^2$ con $x_0 = -1.6$;

   (c) $f(x) = \cos x$, con $x_0 = 3$ y $x_0 = 5$;

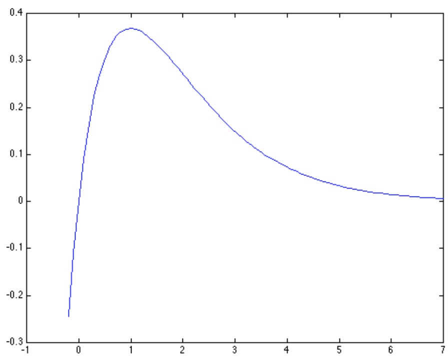
   (d) $f(x) = x^3 - x - 3$ con $x_0 = 0$ y $x_0 = 1.1$.

   Ejecutar la aplicación **mnewton** y estudiar el comportamiento del método en cada caso.

7. Se quiere estudiar la influencia del criterio de parada del método de Newton–Raphson en el problema $xe^{-x} = 0$. Ejecutar la aplicación **mnewton2** teniendo en cuenta los dos criterios de parada programados para $x_0 = 0.8$ y $x_0 = 1.2$. Los criterios considerados son

   - $|x_n - x_{n-1}| < \text{tol}$;
   - $|f(x_n)| < \text{tol}$.

   Analizar los resultados obtenidos, teniendo en cuenta la forma de la gráfica de la función xe^{-x}.



8. Dado el polinomio $x^5 + x^4 - 14.8x^3 + 23.4x^2 - 12.6x + 2$ cuyas raíces son

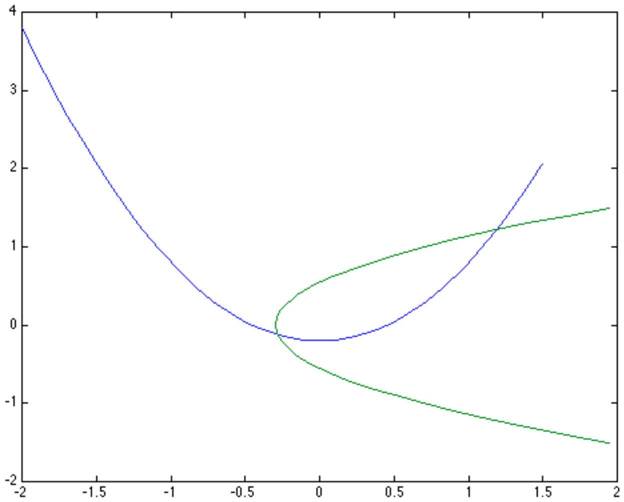
$$-5, \quad 2, \quad 1, \quad 0.72360689... \quad \text{y} \quad 0.276393202...$$

Calcular numéricamente sus raíces utilizando el método de Bairstow (aplicación **bairstow**) partiendo de los siguientes parámetros iniciales

$$\text{(a)} \begin{cases} r = 1 \\ s = -14.8 \end{cases} \quad \text{(b)} \begin{cases} r = -0.538 \\ s = 0.0854 \end{cases} \quad \text{(c)} \begin{cases} r = -3.1 \\ s = 1.9 \end{cases} \quad \text{(d)} \begin{cases} r = -3 \\ s = 2 \end{cases}$$

Analizar la influencia de los parámetros r y s.

9. Considerar el sistema de ecuaciones no lineales siguiente



Ejecutar la aplicación **newsist** con distintos puntos de arranque para tratar de conseguir la convergencia del método de Newton–Raphson a cada una de las dos soluciones del sistema.