ALGEBRA (Ingeniería Industrial) Grupo A

4 de febrero de 2002 Examen final, primera convocatoria

Prueba de teoría y problemas (87'5%)

Se consideran las matrices

```
D =
    -2     0     0
     0    -2     0
     0     0    -1
A =
    -12          14          -8
     14         -18          10
     -8          10          -6
```

Se pide:

1. ¿De cuántas formas se puede transformar una en otra?. Explica el proceso.
2. En cada una de las anteriores transformaciones, ¿que características tienen en común A y D?.
3. Utiliza una de las fomas anteriores para obtener la base $\{v_j\}$ correspondiente a la diagonal D.
4. Encuentra las coordenadadas respecto de la base $\{v_j\}$ anterior del vector b que respecto de la base canónica tiene las coordenadas (1, 1, 1).
5. Si el endomorfimo $f \in \mathbb{R}^3$ tiene como matriz coordenada respecto de una base conocida la matriz C =

   ```
        0    -1     2
       -2     0    -2
       -3     2    -5
   ```

   Encuentra que los valores propios de f son -2 y -1 y prueba que N(-2,2) y N(-1,1) son subespacios supementarios.
6. Encuentra una base (de Jordan) para la matriz de Jordan del endomorfismo f.
7. Sea A_p el conjunto de todas las potencias de la matriz C del apartado 5. ¿Es A_p un grupo abeliano?. Encuentra un subgrupo S de A_p; razona si S es subgrupo normal de A_p. Encuentra dos elementos de este subgrupo.

Prueba de prácticas de laboratorio (12'5%)

8. Sean los subespacios S y T de $\mathbb{R}^3$, $S = \mathbb{R}\{v_1, v_2\}$ y $T = \mathbb{R}\{v_3, v_4\}$, siendo los vectores $v_1 = (2, -1, 2), v_2 = (-1, 3, -1), v_3 = (-2, 1, 2), v_4 = (-1, -2, -1)$. Se realizan las siguientes operaciones con MATLAB:

```
st = [v1,v2,v3,v4]
      2           -1           -2           -1
     -1            3            1           -2
      2           -1            2           -1
sit=rref([st',eye(4)])
      1            0            0            0          -3/20        -1/4        -7/20
      0            1            0            0           1/5          0          -1/5
      0            0            1            0          -1/4         1/4        -1/4
      0            0            0            1           1            0           1
v1=sit(4,4:7)
      1            1            0            1
v1=v1';
```

Razona, sin hacer otros cálculos, que: a) el vector v_1 pertenece al núcleo de la matriz st; b) dim $S = 1$; c) $v_1 + v_2 \in S \cap T$.

d) Construye una base de S, otra de T y otra de S + T que contengan el vector $v_1 + v_2$