CÁLCULO NUMÉRICO, MATEMÁTICAS

Primer parcial, 30 enero, 2002.

ALGUNAS IDEAS PARA RESOLVER. (Salvo posibles e inadvertidos errores de cálculo)

1.a) Con $A = A_1$ se empieza por ver que existe una matriz de Householder H_1 que transforma el vector primera columna de A en el canónico e_n obteniendo A_2. Despues hay que ver que si se han llevado ya las primeras $k-1$ columnas a la forma triangular marcada en el problema dando lugar a una matriz A_k también se puede llevar la k sin estropear las anteriores para obtener A_{k+1} mediante una adecuada H_k. Hay que marcar los bloques adecuados en A_k y H_k para que todo concuerde bien. Así A_n ya será V. El resto es similar a la descomposición QU habitual.

b) Se escribe $QVx = b$, $Vx = Q^T b$ y ya es un sistema triangular a resolver de arriba a abajo pero van saliendo en orden $x_n, x_{n-1}, ...$

......

2. a) Escribir el método en la forma habitual $B = B_2 B_1$ y $c = B_2 c_1 + c_2$. Se demuestra fácilmente la consistencia viendo que $x = Bx + c$ o que $c = (I - B)A^{-1}b$ usando las consistencias de los dos métodos parciales.

b) $\|B\|_\infty \leq \|B_2\|_\infty \|B_1\|_\infty \leq C^2$, con C el máximo de los cocientes de las sumas extradiagonales de cada fila partido por el diagonal (en valor absoluto) como en el tema 6 del curso.

c) $x_1^{(1)} = 3/16, x_2^{(1)} = -1/64, x_3^{(1)} = -53/256$.

d) $\|B\|_2 \leq \|B_2\|_2 \|B_1\|_2 = \rho(B_2)\rho(B_1) < 1$

......

3. a) Hay que estudiar f como habitualmente, qué ocurre si $x \to 0$ y $x \to \infty$, signo de las derivadas primera y segunda,.... En particular el de la primera requiere estudiar a su vez el signo de $2 \ln x - x$,... Al final se ve que f es siempre decreciente desde infinito (a derecha de $x = 0$) a menos infinito y que sólo tiene una raíz positiva.

b) Haciendo la gráfica se verá que hay un valor α a partir del cual el método de Newton daría un número negativo y no se podría seguir.Desplazándose hacia la derecha, llegaría otro momento en que el método daría valores positivos. Así pues salen dos valores $\alpha = e1 - \sqrt{2}$ y $\alpha = e1 + \sqrt{2}$ que son 0.6608... y 5.4368.... Tomando valor inicial antes del primero o después del segundo el método funciona bien. En los intermedios no. La respuesta a b) es 0.6608...

c) Se puede tomar por ej. 0.2 y sale 0.3173475...

d) Ninguno. El primero da $g(s) \approx -7.23$ y el segundo no es consistente con la ecuación porque $x = g(x)$ no es equivalente a $f(x) = 0$.