

**LA ELECCIÓN
SOCIAL:
CRITERIOS,
ESTRATEGIAS,
MANIPULACIONES**

10 amigos deciden viajar y
deciden el destino por votación

4 quieren el Polo Sur



3 quieren ir al Caribe



Y 3 a la Costa Brava



¿Cómo decidir? ¿Al Polo Sur por mayoría? ¿No hay mayoría que prefiere el calor?

¿Cómo resolver?

Votaciones con dos alternativas.

No hay problema, la más votada con las condiciones que se planteen (mayoría absoluta, relativa, votos totales o votos válidos, abstención...) .

Votaciones con más de dos alternativas.

**Ejemplo 1. Comunidad de 100 vecinos.
Junta general en la que se hacen 3
propuestas:**

a. No se hace ninguna inversión en renovar cosas

b. Se hace una renovación parcial (antena TV, ascens.)

c. Se renueva mucho (TV, ascens., calderas, tuberías,..)

40 vecinos apoyan la propuesta **a.** Es el
Grupo 1

35 vecinos apoyan la propuesta **b.** Es el
Grupo 2

25 vecinos apoyan la propuesta **c.** Es el
Grupo 3

Decisión por mayoría relativa: Gana la opción **a** por 40 contra 35 y 25

Ejemplo de posible estrategia: Los del Grupo 3 saben que van a perder y prefieren **b** antes que **a**. En la votación votan **b**. Gana **b** por 60 contra 40.

Supongamos que tenemos más información, real o prevista por lógica:

Grupo 1 prefiere en este orden:

$$\mathbf{a > b > c}$$

Grupo 2 prefiere en este orden:

$$\mathbf{b > a > c}$$

Grupo 3 prefiere en este orden:

$$\mathbf{c > b > a}$$

El grupo **1** quiere defender a toda costa la propuesta **a**.

Los del Grupo **2**, más tibios, dudan por estrategia entre **b**, **a** y **c**.

Los del Grupo **3** dudan entre **b** y **c** porque odian la **a**.

Se pueden dar hasta 6 casos, porque el **1** va a votar siempre **a**.

Grupo **2** vota **a** y **3** vota **b**. Saca 75 votos **a** y 25 **b**.
Gana **a**

Grupo **2** vota **a** y **3** vota **c**. Saca 75 votos **a** y 25 **c**.
Gana **a**

Grupo **2** vota **b** y **3** vota **b**. Saca 40 votos **a** y 60 **b**.
Gana **b**

Grupo **2** vota **b**, **3** vota **c**. Votos: **a** 40, **b** 35 y **c** 25.
Gana **a**

Grupo **2** vota **c** y **3** vota **b**. Votos 40 **a**, 25 **b** y 35 **c**.
Gana **a**

Grupo **2** vota **c** y **3** vota **c**. Saca 40 votos **a** y 60 **c**.
Gana **c**

Volviendo a la votación sincera inicial (40-35-25). Supongamos que por Estatutos o por acuerdos previos, sólo se acepten propuestas que ganen por mayoría absoluta. Entonces el criterio anterior de lista más votada o mayoría simple no vale para decidir. Se debería usar un criterio secuencial. ¡Ojo, aquí interviene el orden!

Por ejemplo, se vota primero entre la propuestas **a** o **no a**.

Como los Grupos **2** y **3** votan **no a**, queda eliminada **a** por 40-60 y permanecen las propuestas **b**, **c**.

Se vota ahora entre **b** y **c**. Como los del Grupo 1 prefieren **b**, gana **b** por 75-25. Son votaciones sinceras, no han hecho estrategias de falsa preferencia

Alguien puede sugerir votar entre las opciones **c** y **b** para eliminar una. Gana **b** por 75-25 y se elimina **c**.

A continuación, entre **a** y **b** gana **b** por 60-40. Votación sincera también, con resultado distinto al anterior de 75-25 al cambiar el orden de presentación.

En el supuesto anterior, si los del Grupo 1 tramaban una estrategia pueden ganar. Supongamos que en la votación inicial entre **b** y **c** los del Grupo 1 votan **c**. Entonces gana **c** a **b** por 65-35. A continuación, entre **a** y **c** los del Grupo 2 preferían **a**, así es que gana **a** por 75-25. Votación estratégica.

Pero antes de las votaciones, el Grupo 3 se entera de que los del Grupo 1 tramaban esto. Entonces deciden votar al principio contra su propia propuesta y votan **b**.

Gana **b** contra **c** por 60-40.

Y entre **a** y **b** gana **b** por 60-40.

Y muchas más posibilidades, que **dependen del orden de las votaciones**. En principio, **para el que quiere manipular es conveniente guardarse la suya para el final**

¿ Y si se decide comparar todas las parejas porque hay gente que protesta por lo del orden?.

b gana a **a** 60-40

b gana a **c** 75-25

a gana a **c** 75-25

b debería salir aceptada porque gana a todos (ganador Condorcet).

Los del Grupo 1 podrían tramitar de nuevo, fingiendo que su preferencia es $a > c > b$ y votando en consecuencia:

b gana a **a** 60-40

c gana a **b** 65-35

a gana a **c** 75-25

Hay un **ciclo** y empate. Esto se puede dar con mucha frecuencia, pero se puede desempatar, por ejemplo eliminando el enfrentamiento más reñido las veces que sea necesario

A alguien se le ocurre que se puntúe el orden de preferencia con los pesos 3-2-1. Es el **método Borda**

Jean Charles Borda, matemático francés 1780, cansado del un hombre un voto de la Academia Francesa propone los puntos 3-2-1.

Así, ganaría **b**.

En efecto:

$$\mathbf{a:} \quad 40 \times 3 \quad + \quad 35 \times 2 \quad + \quad 25 \times 1 \quad = \quad 215$$

$$\mathbf{b:} \quad 40 \times 2 \quad + \quad 35 \times 3 \quad + \quad 25 \times 2 \quad = \quad 235$$

$$\mathbf{c:} \quad 40 \times 1 \quad + \quad 35 \times 1 \quad + \quad 25 \times 3 \quad = \quad 150$$

También vulnerable a preferencias falsas.

Si uno teme que la opción vecina le va a ganar la pone la última.

Además depende de la escala de pesos. Puede ser 5-3-1, 5-2-1, etc y dar distinto.

6-4-2 daría la misma.

Ejemplo 2: 1000 votantes eligen Presid.

499 votantes	3 votantes	498 votantes
1. A	1. B	1. C
2. B	2. C	2. B
3. C	3. A	3. A

Condorcet:

Entre A y B 499
prefieren A y 501
B.

Entre A y C 499
A y 501 C.

Entre B y C 502
B y 498 C

B a pesar de los solo 3 votos primeros

Ejemplo 3.

55 delegados de un partido político han seleccionado un Comité permanente con miembros A,B,C,D,E. Y entre los 55 van a votar al Presidente que va a ser el que más poder tenga. Salen las siguientes preferencias:

	18	12	10	9	4	2
1 ^a	A	B	C	D	E	E
2 ^a	D	E	B	C	B	C
3 ^a	E	D	E	E	D	D
4 ^a	C	C	D	B	C	B
5 ^a	B	A	A	A	A	A

Sólo votaciones sinceras, sin estrategias

	18	12	10	9	4	2
1^a	A	B	C	D	E	E
2^a	D	E	B	C	B	C
3^a	E	D	E	E	D	D
4^a	C	C	D	B	C	B
5^a	B	A	A	A	A	A

Mayoría relativa

Gana A por 18 votos

Secuencial con doble vuelta para los dos primeros: En la primera vuelta se selecciona los dos de mas votos y se vuelve a votar.

	18	12	10	9	4	2
1^a	A	B	C	D	E	E
2^a	D	E	B	C	B	C
3^a	E	D	E	E	D	D
4^a	C	C	D	B	C	B
5^a	B	A	A	A	A	A

Quedan A y B. Entre ambos

18 prefieren a A y 37 a B.

Gana B

Secuencial con eliminaciones sucesivas. (método Hare)

Se mira sólo la primera preferencia y se elimina al que menos votos tiene.

Ahora se elimina en la tabla ese, se cuenta cual tiene menos en la 1ª preferencia y se le elimina. Así sucesivamente.

	18	12	10	9	4	2
1 ^a	A	B	C	D	E	E
2 ^a	D	E	B	C	B	C
3 ^a	E	D	E	E	D	D
4 ^a	C	C	D	B	C	B
5 ^a	B	A	A	A	A	A

Se elimina a E porque sólo lo prefieren 6. La tabla queda:

	18	12	10	9	4	2
1^a	A	B	C	D	B	C
2^a	D	D	B	C	D	D
3^a	C	C	D	B	C	B
4^a	B	A	A	A	A	A

Queda eliminado D y se mira la nueva tabla:

	18	12	10	9	4	2
1^a	A	B	C	C	B	C
2^a	C	C	B	E	C	B
3^a	B	A	A	A	A	A

Queda eliminado B y sólo quedan A y C:

A	18	12	10	9	4	2
1^a	A	C	C	C	C	C
2^a	C	A	A	A	A	A

Queda proclamado ganador C

Método Borda con pesos 5-4-3-2-1.

En cada votación el votante le da 5 puntos al primero, 4 al segundo, 3 al tercero, 2 al cuarto y 1 al quinto.

Luego se cuentan los puntos de cada uno.

Campeonatos de motos y coches. Muy susceptible a los pesos: ¿por qué no 4-3-2-1-0? ¿O 7-4-3-2-1?

Resultados distintos.

	18	12	10	9	4	2
1^a	A	B	C	D	E	E
2^a	D	E	B	C	B	C
3^a	E	D	E	E	D	D
4^a	C	C	D	B	C	B
5^a	B	A	A	A	A	A

A: $5 \times 18 + 1 \times 37 = 127$

B: $5 \times 12 + 4 \times 14 + 2 \times 11 + 1 \times 5 = 143$

C: $5 \times 10 + 4 \times 11 + 2 \times 34 = 162$

D: $5 \times 9 + 4 \times 18 + 3 \times 18 + 2 \times 10 = 191$

E: $5 \times 6 + 4 \times 12 + 3 \times 37 = 189$

Gana D, A queda último y B penúltimo

Comparación de pares (Condorcet)

Hay 10 enfrentamientos:

A-B A-C A-D A-E B-C B-D B-E
C-D C-E y D-E

Se mira sólo cuantos prefieren a uno antes que a otro.

	18	12	10	9	4	2
1 ^a	A	B	C	D	E	E
2 ^a	D	E	B	C	B	C
3 ^a	E	D	E	E	D	D
4 ^a	C	C	D	B	C	B
5 ^a	B	A	A	A	A	A

A-B 18-37; A-C 18-37; A-D 18-37;
A-E 18-37; B-C 16-39 ; B-D 26-29
B-E 22-33; C-D 12-43; **C-E 19-36**;
D-E 27-28

E gana a todos. Es el ganador Condorcet

Uno de los criterios de decisión posibles es la **dictadura**: Lo que le gusta a un elector (el dictador) es lo que se hace, con independencia de lo que prefieran los demás.

No gusta pero es un método de decisión posible.

• Cualquier método con más de 2 opciones es manipulable y susceptible de estrategias.

• Vamos a intentar poner a un método unas cuantas condiciones razonables.

Hay varias (>2) **alternativas** o **candidatos**, que escribiremos con las letras A, B, C, ..

Y un **conjunto V** de **votantes** que llamamos v_1, v_2, v_3, \dots

Se supone que **cada uno de V** tiene una **lista de preferencias completa**: $a > b > c$, $c > a > b$, Y que **nadie impide** una preferencia cualquiera

□• Si todos los electores prefieren A antes que B, nunca el resultado ganador debería ser B (condición de Pareto).

□• Si un método produce $A > B$ y un elector o electores cambian su prefer. $B > A$ por $A > B$, debería seguir saliendo $A > B$ (condición de monotonía).

□• Si A comparado con todas las otras alternativas B, C, D,... dos a dos siempre gana, A debería ser el ganador (condición de Condorcet)

□• **Si A es preferido por un metodo frente a B y varios electores cambian el voto para las otras opciones sin cambiar las posiciones de A y B, B no debe desbancar a A.**

(Independencia de alternativas irrelevantes, IAI)

- **TEOREMA DE LA IMPOSIBILIDAD DE ARROW. (Kenneth Arrow, 1950).**

Si hay al menos 3 alternativas, no hay ningún método que cumpla todas las condiciones anteriores, salvo la dictadura

TABLA 1	PARETO	MONOTONÍA	IAI	CNDCET
MAYORÍA SIMPLE	SI	SI	NO	NO
SEGUNDA VUELTA	SI	SI	NO	NO
ELIMINACIÓN SECUENCIAL	SI	NO	NO	NO
BORDA	SI	SI	NO	NO
CONDORCET	SI	SI	NO	SI
DICTADURA	SI	SI	SI	SI

Los SI de la dictadura son triviales.

El resto de los SI son fácil de ver.

Los NO se ven con ejemplos

ENMIENDA FINGIDA

Una comunidad tiene una Junta de 3 vecinos A,B,C que deciden. Tienen que decidir si se arregla todo T o nada N. A y B van a votar T y sólo C va a votar N. Pero C sabe que a B le fastidia gastar tanto y que A odia hacer las cosas a medias: o todo o nada, y entonces C hace una propuesta: una tercera opción I (arreglar sólo lo imprescindible).

A monta en cólera porque sabe que así no le arreglarán muchas cosas que le interesan, pero a B también le parece bien y hay que votarla.

Como hay 3 opciones C propone votar primero entre T e I para eliminar una. A vota T y B y C votan I.

Luego entre I y N

A vota N por despecho, B vota I y C vota N porque es lo que él quería. Gana la opción N.

¡Ojo con las propuestas que se hacen sobre la marcha en una Junta y que pretenden ser “intermedias”!.

FIN