1. Calcular las siguientes integrales de línea $\int_\sigma f(x,y,z)\,\mathrm{d}s$, donde

   (a) $f(x,y,z) = x + y + z$, con $\sigma(t) = (\sin t, \cos t, t)$, $t \in [0, 2\pi]$.

   (b) $f(x,y,z) = \cos z$, siendo $\sigma(t) = (\sin t, \cos t, t)$, con $t \in [0, 2\pi]$.

   (c) $f(x,y,z) = x \cos z$, con $\sigma(t) = (t, t^2, 0)$, con $t \in [0, 1]$.

   (d) $f(x,y,z) = \exp(z)$, con $\sigma(t) = (1, 2, t^2)$, con $t \in [0, 1]$.

   (e) $f(x,y,z) = yz$, con $\sigma(t) = (t, 3t, 2t)$, con $t \in [1, 3]$.

   (f) $f(x,y,z) = (yz)x + y)/(y + z)$, con $\sigma(t) = (t, \frac{2}{3}t^{3/2}, t)$, con $t \in [1, 2]$.

2. Calcular las siguientes integrales curvilíneas:

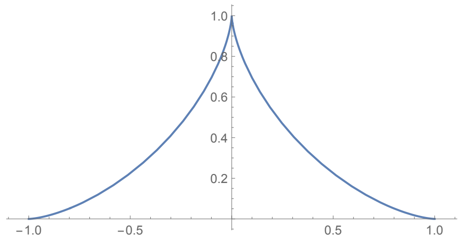
$$\int_\gamma xy\ \mathrm{d}s,\ \text{ donde } \gamma \text{ es el contorno del cuadrado } |x| + |y| = a,\ \ a > 0$$

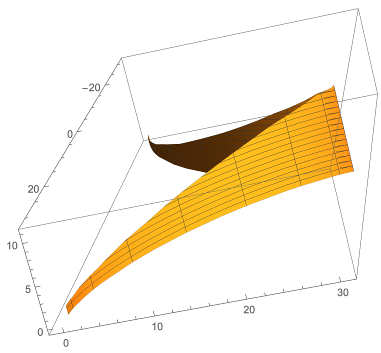
$$\int_\gamma xy\ \mathrm{d}s,\ \text{ donde } \gamma \text{ es el contorno del cuadrado de vértices } (0,0), (1,0), (1,1), (0,1).$$

$$\int_\gamma xy\ \mathrm{d}s,\ \text{ donde } \gamma \text{ es el arco de elipse } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,\ \ x, y \geq 0.$$

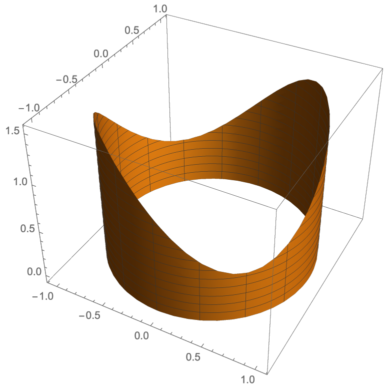
$$\int_\gamma \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + y^2 + z^2},\ \text{ donde } \gamma \text{ es la primera vuelta de la hélice circular } (a\cos t, a\,\mathrm{sen}\,t, kt)$$

3. Calcular el área de la valla vertical levantada sobre la curva σ : $(30\cos^3 t, 30\,\mathrm{sen}^3\,t)$, con $t \in [0, \pi]$ de modo que la altura de la misma en cada punto es $z = 1 + y/3$. (Nota: calcular únicamente el área en el primer cuadrante ($t \in [0, \pi/2)$, y después multiplicar por 2)





4. 3.– Calcule el área de la parte del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ limitado por el plano xy y el paraboloide hiperbólico $z = xy + 1$.



5. Determinar la masa M del muelle que tiene forma de hélice de ecuación $\sigma(t) = (a\cos t, a\sin t, bt)$ si la densidad en los puntos (x, y, z) es $x^2 + y^2 + z^2$.

6. Para el problema anterior, encontrar las coordenadas (x_0, y_0, z_0) del centro de masas o gravedad y el momento de inercia I_z.

7. Calcular la coordenada y del promedio de los puntos de la semicircunferencia parametrizada por $\sigma(t) = (a\sin\theta, a\cos\theta)$, con $t \in [0, \pi]$, $a > 0$.

8. Obtener el centro de masas de un alambre enrollado en espiral $(e^t \cos t, e^t \sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$.

9. Evaluar
$$\int_{\gamma_i} (x^2 - 2xy)\,\mathrm{d}x + (2xy + y^2)\,\mathrm{d}y$$
a lo largo de las siguientes trayectorias:
   (a) γ_1: el segmento que une los puntos $A = (1, 1)$ y $B = (2, 4)$.
   (b) γ_2: el arco de parábola de eje OX que pasa por los puntos A y B.
   (c) γ_3: el arco de parábola de eje OY que pasa por los puntos A y B.
   (d) γ_4: la poligonal ACB, donde $C = (1, 4)$.

10. Calcular
$$\int_{\gamma_i} 2xy\,\mathrm{d}x + x^2\,\mathrm{d}y$$
a lo largo de la trayectorias del problema anterior. ¿Qué conclusión se podría extraer de los resultados anteriores?.

11. Evaluar
$$\int_{\gamma} 2yz^2\,\mathrm{d}x + xz^2\,\mathrm{d}y + 3xyz\,\mathrm{d}z,$$
donde γ es la intersección de las superficies $x^2 + y^2 - z^2 = a^2 \cap y = 0$, $x > 0$, $|z| <= a$.

12. Calcular
$$\int_{\gamma} F \cdot \mathrm{d}s = \int_{\gamma} yz\,\mathrm{d}x + xz\,\mathrm{d}y + xy\,\mathrm{d}z,$$
donde γ es la parametrización $\gamma : [0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $\gamma(t) = (1, t, t^2)$. Calcular $\int_{\gamma^-} F \cdot \mathrm{d}s$.

13. Evaluar
$$\int_\gamma x^2 \, \mathrm{d}x + xy \, \mathrm{d}y,$$
donde γ es la perímetro del cuadrado de vértices (0,0), (1,0), (1,1) y (0,1).

14. Sea $\mathbb{F} = (x, y, z)$. Evaluar la integral de $\mathbb{F}$ a lo largo de las trayectorias
    (a) $\gamma(t) = (t, t, t)$, $t \in [0, 1]$
    (b) $\gamma(t) = (\operatorname{sen} t, 1, \cos t)$, $t \in [0, \pi]$
    (c) $\gamma(t) = (t^2, t^3, t)$, $t \in [0, 1]$

15. Considerar la fuerza $\mathbb{F} = (x, y, z)$. Hallar el trabajo realizado para trasladar una partícula a lo largo de la parábola $y = x^2$, $z = 0$, desde $x = -1$ hasta $x = 2$.

16. Evaluar
$$\int_\gamma y \, \mathrm{d}x + (3y^3 - x) \, \mathrm{d}y + z \, \mathrm{d}z,$$
para cada trayectoria $\gamma(t) = (t, t^n, 0)$, $t \in [0, 1]$, $n \geq 1$.